

مبادئ الطرق الاحسائية

الدكنور عبالح يترفح ربيع

الدكنور حلال لصئياد

الطبعت الأولى ١٤٠٤م - ١٩٨٣م جدّة ـالملكة القهية السعوديّة

.

بسيسم التداكرهم بالرحسيم



الناسر جدة ـ الملكة النبية المعودية س.ب، دوءه - هاتف، النساد





بِسْ إِللَّهِ ٱلرَّحْمَرِ ٱلرَّحْدِ فِي

وَأَحَاطَ مِكَ لَدَيْهِمْ وَأَحْصَىٰ كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا ﴿

((صدق الله العظيم))

(سسورة الجن)



مقدمة

هذا هو الكتاب الثاني لطلاب الدراسات الاقتصادية والادارية يتناول مبادىء طرق تحليل البيانات أو ما يسمى بالطرق الإحصائية والاستدلال الإحصائي. ويحتوي على مباىء نظرية الاحتمالات معروضة بطريقة بسيطة لا تحتاج إلى رياضيات متقدمة. كما يحتوي الكتاب على التوزيعات الاحتمالية ومبادىء العينات وتحليل بيانات العينات الكبيرة والصغيرة مستخدمين فترات الثقة واختبارات الفروض بعرض بسيط.

وقد عملنا على عدم التعرض للمفاهيم الدقيقة للنظريات الإحصائية والتي تحتاج إلى قدر كبير من التحليل الرياضي. كما حرصنا على عرض الموضوعات بطريقة مبسطة تعتمد على إيضاح الطريقة دون التعرض للنظرية مع تقديم عدد كبير من الأمثلة العملية مما يساعد على سهولة فهم واستخدام هذه الموضوعات في الحياة العملية.

ونود أن نقدم الشكر الجزيل إلى عدد كبير من الإخوة الزملاء الذين ساهموا بتزويد المكتبة العربية بعدد غير قليل من الكتب الإحصائية التي استفدنا منها كثيرا.

والله ولتي التوفيق،،

المؤلفان



الباب الأول

مبادىء الاحتمالات



مبادىء الاحتمالات

(١_١)_مقدمة:

تلعب الاحتمالات دورا خاصا في الحياة اليومية وفي كثير من العلوم لأنها تستخدم في قياس عدم التأكد، فكثيرا ما نقابل بعملية اتخاذ قرارات بناء على معلومات ناقصة ونعتمد على الاحتمالات لتساعدنا على الاختيار. فمثلا قد نلغي رحلة خارجية رتبنا لها من مدة وذلك لأن احتمال أن يكون الجورديئا احتمال كبير، وكذلك كثيرا ما يهمل الطالب في نهاية العام جزءا من المقرر لأن احتمال أن يأتى في الامتحان احتمال صغير.

وكثيرا ما نتحدث عن احتمال ارتفاع درجة الحرارة في اليوم التالي واحتمال فوز فريق كرة قدم معين على فريق آخر. وأحيانا نجد أننا نعبر عن هذه الاحتمالات بتقدير عددي. كأن نقول أن احتمال سقوط أمطار غدا ٢٠٪ واحتمال وصول طائرة الخطوط البريطانية القادمة من لندن ٩٥٪ وهكذا.

وهذه التقديرات العددية للاحتمالات لا تستند إلى أساس رياضي لكن قد تعتمد على خبرات ومعلومات سابقة عن الطقس وعن تتبع لفترات طويلة وصول طائرة الخطوط البريطانية القادمة من لندن.

وقد يتبادر إلى الذهن الآن أن نبدأ بتعريف الاحتمال ، ما هو ، وما هى الموضوعات التي تتعلق بنظرية الاحتمالات . ولكن في الواقع ليس من السهل أن نبدأ بوضع تعريف محدد للفظ «احتمال» ولكن إذا رغبنا في ذلك فيمكننا تحديد مجال نظرية الاحتمالات بالتعريف التالي :

«نظرية الاحتمالات هى فرع من فروع الرياضة التطبيقية يهتم بدراسة تأثير الصدفة على الظواهر والأشياء». لهذا لابد لنا من إيضاح كلمة «صدفة — Chance» هذه الكلمة التي تعودنا على سماعها في حياتنا اليومية ويمكن توضيح مفهومها على النحو التالي:

من المعلوم لدينا أننا إذا ألقينا قطعة من المعدن في الهواء فإنها سوف تسقط على الأرض وهذا شيء "مؤكد" لأنها حقيقة معروفة _ ولكن إذا ألقينا قطعة من العملة على طاولة مسطحة فإن القطعة سوف تسقط على سطح الطاولة وسيكون أحد وجهيها إلى أعلى (مع استبعاد أن تستقر قطعة العملة على حرفها) _ ولكننا لا نعلم أي الوجهين سيظهر إلى أعلى لأن هذا يعتمد على ما نسميه «بالصدفة».

كذلك نعرف أن الماء يتحول إلى بخار إذا سخن على النار إلى درجة حرارة ١٠٠ درجة مئوية في ظروف الضغط الجوي العادي وهذا شيء مؤكد ولكن عند إلقاء زهرة الطاولة على لوحة مسطحة فإن ما نعرفه هو أن أحد أوجهها الستة سيظهر إلى أعلى ولكن أي وجه من الأوجه الستة سيظهر هذا ما لا نعرفه لأن ذلك يعتمد على ما نسميه «بالصدفة» وهكذا..

مما سبق يمكننا استنباط الفرق بين لفظ «مؤكد» ولفظ «صدفة» ـ فالشيء المؤكد يعتمد على عدة ظروف معينة معروفة لدينا تماما إذا تحققت هذه الظروف حدث هذا الشيء، فكما سبق أن قلنا إنه في ظروف الضغط الجوي العادي إذا تم تسخين الماء إلى ١٠٠ درجة مئوية فإنه يتحول إلى بخاروف وفي هذه الحالة الظروف معروفة لنا تماما لهذا نقول إن تحول الماء إلى بخار إذا تحققت هذه الظروف يعتبر شيئا مؤكدا. ولكن في حالة قطعة العملة أو زهرة الطاولة فإن الوجه العلوي الذي يظهر بعد الإلقاء يعتمد على ظروف كثيرة بعضها معروف لنا و بعضه نجهله تماما فظهور وجه معين يعتمد على طريقة الإلقاء وقوته ونقطة الاصطدام الأولى بالطاولة وغير ذلك من الحقائق التي نجهلها تماما والتي تتسبب في ظهور ذلك الوجه دون الآخر. من هذه الأمثلة يمكن أن نفرق بين لفظي «مؤكد» و«صدفة» فالأول يدل على شيء معلوم لدينا كل الظروف التي تؤدي إلى حدوثه أما الثاني فانما يدل على شيء غير معلوم لدينا كل ما يؤدي إلى حدوثه من ظروف.

(١-١) _ مفهوم الاحتمال:

إن لفظ صدفة الذي عرفناه في البند السابق وثيق الصلة بلفظ احتمال «Probability» وكلمة «احتمال» هي كلمة شائعة في لغتنا اليومية ودائما نستعملها عندما نتكلم عن شيء يتحكم في حدوثه عوامل الصدفة. فمثلا عندما نقول «يحتمل أن تمطر السماء اليوم» نقول هذه العبارة إذا كانت السماء ملبدة بالغيوم وكان الجومائلا إلى البرودة لأن هذه «بعض الظروف» التي تؤدي إلى سقوط المطر وليست بالطبع هي كل الظروف وإلا لكان من المؤكد سقوط المطر ولكن يوجد بها بالإضافة إلى هذه الظروف عدة ظروف أخرى لا نعرفها تماما إذا توفرت كلها سقط المطر أما إذا لم تتوافر كلها فلن تسقط أمطار.

كذلك يمكن النظر إلى الاحتمالات على أنها أحد فروع الرياضيات الذي يهتم بدراسة نتائج التجارب أو المحاولات العشوائية. وتسمى التجربة أو المحاولة عشوائية إذا كانت نتائجها غير مؤكدة أي لا نستطيع التنبؤ بها.

فمثلا، إذا ألقيت قطعة معدنية من النقود فإننا لا نستطيع أن نتنبأ إذا كان السطح العلوي لها سيظهر صورة أو كتابة، إذاً فهذه محاولة أوتجر بة عشوائية .كذلك عند سحب ورقة عشوائيا من مجموعة أوراق اللعب المحكمة الخلط (الكوتشينة) فإننا لا نعلم إذا كانت الورقة المسحوبة ستظهر صورة أو عددا، إذاً فهي محاولة عشوائية . كذلك إذا كانت هناك حالة ولادة فلا نستطيع التنبؤ عما إذا كان المولود ذكرا أو أنثى . إذاً فهذه تجربة عشوائية .

وعلى العموم فإن نتائج التجارب تنقسم إلى ثلاثة أنواع من وجهة نظر الاحتمالات هي كما .

(أ) نتائج أو حوادث مؤكدة :

وهي نتائج لابد من وقوعها أو حدوثها.

مثال (١): إذا ألقيت تفاحة في الهواء فإننا نعلم أنها لابد وأن تسقط على الأرض. هنا التجربة هي إلقاء التفاحة في الهواء، والنتيجة هي سقوط التفاحة على الأرض.

مثال (٢): إذا كان لدينا صندوق به ٨ كرات بيضاء اللون، سحبت منه كرة واحدة فلابد أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.

هنا التجربة هي سحب كرة من الصندوق، والنتيجة أن الكرة بيضاء: إذا فهذه نتيجة مؤكدة. وإذا كانت الحادثة مؤكدة الوقوع فإنه يقال إن احتمال وقوعها يساوي واحد.

أي أن احتمال سقوط التفاحة (في المثال ١) = ١

وكذلك احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء في (المثال ٢) = ١

(ب) نتائج أوحوادث مستحيلة:

وهي تلك النتائج أو الحوادث المستحيل وقوعها .

مثال (٣): هل يمكن سحب كرة حراء من صندوق لا يحتوي إلا على كرات بيضاء؟

التجربة هنا هي سحب كرة من الصندوق، والنتيجة المطلوبة أن تكون الكرة حمراء، إذاً فهذه حادثة مستحيلة.

مثال (٤): أن يعيش شخص ما إلى الأبد. هذه حادثة مستحيلة. وإذا كانت الحادثة مستحيلة الوقوع فإنه يقال أن احتمال وقوعها يساوي صفر.

أي أن احتمال سحب كرة حمراء من صندوق لا يحتوى إلا على كرات بيضاء (في المثال ٣) = صفر.

وكذلك احتمال أن يعيش شخص ما إلى الأبد (في المثال ٤) =صفر.

(ج) حوادث أونتائج غيرمؤكدة (محتملة أوممكنة):

وهى نتائج التجارب العشاوئية التي ذكرناها سابقا والتي لا نستطيع أن نتنبأ بوقوعها ، ولكننا نستطيع باستخدام تعريف الاحتمالات أن نحسب احتمال وقوعها . ولفظ احتمال يعبر عن مدى توقعنا لحدوث شيء معين وهذا التوقع أو التنبؤ أو التخمين قد يكون كبيرا وقد يكون صغيرا، وهذا يبعث لدينا الرغبة في إجراء المقارنة بين احتمالي حدوث حادثتين لمعرفة أيهما أكبر احتمالا وذلك كما يتضح مما يلى:

لو كان لدينا صندوقان بهما كرات متشابهة في الحجم والوزن وكل شيء ما عدا اللون ، وكان الصندوق الأول به ٩٠ كرة بيضاء و ١٠ كرات سوداء والصندوق الثاني به ١٠ كرات بيضاء و ٩٠ كرة سوداء ونريد الإجابة عن السؤال التالي : عند سحب كرة واحدة عشوائيا من كل صندوق أيهما أكثر احتمالا ، الحصول على كرة بيضاء من الصندوق الأول أم الحصول على كرة بيضاء من الصندوق الثاني ؟

بالتفكير العقلي البسيط يمكننا الحكم بأن احتمال الحصول على كرة بيضاء من الصندوق الأول أكبر من احتمال الحصول على كرة بيضاء من الصندوق الثاني وذلك لكبر نسبة الكرات البيضاء في الصندوق الأول عنها في الثاني.

هذا يوضح أن كل ما نعرفه حتى الآن هومجرد مقارنة الاحتمالات ولكن لم نحدد قيمة الاحتمال بطريقة عددية ، هذا مما دفع العلماء الأوائل في هذا المجال إلى وضع تعريف نتمكن به من قياس الاحتمال بتحديد قيمته العددية .

(١-٣) _ فكرة سريعة عن نشأة نظرية الاحتمالات:

لقد ظهرت نظرية الاحتمالات في القرن السابع عشر ونالت اهتمام الكثير من علماء الرياضة أمثال «بسكال Pascal» (١٦٦٥ - ١٦٦١) و«فرمات Fermat» (١٦٦٠ - ١٦٦٥) حيث دخل هذان العالمان الكبيران في عملية مناظرة عظيمة أثرت هذا الفرع من العلوم ودخلت به في مجال الدراسة العلمية المنظمة وذلك عندما تقدم أحد نبلاء فرنسا و يدعى «تشيفلييه Méré» عالى الدراسة العلمية المنظمة وذلك عندما تقدم أحد نبلاء فرنسا و يدعى «تشيفلييه Chevalier» وكان يعمل في مجال المضاربة والمقامرة وطلب من بسكال أن يحسب له احتمال بعض الحالات التي تواجهه في أعماله فقام بسكال بحساب الاحتمالات المطلوبة ثم تعدى ذلك إلى عدة حالات أخرى ثم اهتم بهذه الحالات وغيرها كنوع من الدراسة وقام بوضع أسس وقواعد تخدم هذه الدراسة.

وقد أكمل «برنوللي — Bernoulli» (١٧٠٥ – ١٧٠٥) المسيرة وبعده «لابلاس — Laplace» (١٨٢٧ – ١٧٤٩)» وفتح تعريف للاحتمال وإن كانت صياغة هذا التعريف قد أتت على يد «لابلاس» — وقبل تقديم هذا التعريف سنعرض بعض القواعد والأسس والتعريفات التي تعتبر نتاجا لما قام به هؤلاء الرواد الأوائل من دراسات علمية منتظمة في مجال الاحتمالات.

(أ) الحالات المتماثلة (Eaqually Likely Cases):

هي تلك الحالات التي يكون لها فرص متكافئة من حيث الحدوث _ أي لها نفس الفرصة.

فمثلا لو كان لدينا صندوق به ١٠٠ كرة متشابهة في كل شيء عدا اللون منها ٥٠ كرة بيضاء، ٥٠ كرة سوداء ـ ورغبنا في سحب كرة من هذا الصندوق عشوائيا سنجد أن فرصة ظهور اللون الأبيض تعادل تماما فرصة ظهور اللون الأسود وذلك بسبب تساوي أعداد الكرات من كل من اللونين و يعتبر اللونان في هذه الحالة حالتين متماثلتين. كذلك عند إلقاء قطعة عملة معدنية متزنة ومصنوعة من معدن متجانس وكانت عملية الإلقاء غير متحيزة فإن فرصة ظهور الصورة تعادل تماما فرصة ظهور الكتابة و بهذا يمكن القول أن هاتين الحالتين (الصورة والكتابة) متماثلتين.

(ب) الحوادث الشاملة (Exhaustive Events):

يقال أن الحوادث أم ، أم ، ، ، ، ، ، أن تشكل مجموعة من الحوادث الشاملة في تجربة معينة إذا كان لابد أن يتحقق واحد منها على الأقل عند إجراء التجربة ولا توجد نتيجة أخرى للتجربة تختلف عن هذه الحوادث .

مثال ذلك عند إلقاء زهرة الطاولة فإن الأوجه الستة للزهرة (١، ٢، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦) تعتبر أحداثا شاملة _ كذلك عند إلقاء قطعة العملة يعتبر الوجهات (صورة، كتابة) حدثين شاملين.

(جر) الحوادث المتنافية (Mutually Exclusive Events):

يقال إن الحوادث أ ، أ ، ، ، ، ، ، ، ، ، أن حوادث متنافية إذا استحال جدوى أي اثنين (أو أكثر) منها في آن واحد.

فمثلا في تجربة إلقاء زهرة الطاولة تعتبر الأوجه الستة حوادث متنافية لعدم إمكان حدوث أي اثنين منها في آن واحد وكذلك في تجربة إلقاء قطعة العملة يعتبر الوجهان (صورة، كتابة) حدثين متنافين.

ملحوظة (١):

من التعريف السابق في (أ) للحوادث المؤكدة وكذلك الحوادث المستحيلة في (ب) يبدو واضحا لنا معنى كلمة «حدث» وكذلك كلمة «تجربة» ما يجعلنا لا نحتاج لوضع تعريف مستقل لكل منهما.

الحالات المكنة (Possible Cases):

هي مجموعة النتائج (أو الحالات) التي يمكن أن تنتج عند إجراء التجربة.

فلوكانت التجربة هي إلقاء زهرة الطاولة مرة واحدة فإن الأوجه الستة للزهرة تعتبر هي الحالات الممكنة لهذه التجربة. كذلك إذا كانت التجربة هي سحب كرة واحدة من كيس يحتوي على عشرة كرات متماثلة فإن الحالات الممكنة تعتبر عشرة حالات متماثلة. وهكذا.

(هـ) الحالات المواتية (Favorable Cases):

هي مجموعة النتاجة التي تؤدي إلى تحقيق الحدث_وهي جزء من الحالات المكنة للتجربة.

(١-٤) _ تعريف الاحتمالات:

يوجد للاحتمالات عدة تعاريف مختلفة نذكر منها تعريفين اثنين فقط واللذين لا يحتاجان إلى مفهوم رياضي متقدم هما:

أولا: التعريف الكلاسيكي للاحتمالات.

ثانيا: التعريف التجريبي للاحتمالات.

أولا: التعريف الكلاسيكي للاحتمالات:

إذا كنا بصدد إجراء تجربة ما مجموعة النتائج التي يمكن أن تنتج عنها عددها ن من الحالات الشاملة المتنافية المتماثلة وكان م من هذه الحالات موات للحدث أ فإن احتمال وقوع الحدث أ يعرف بأنه النسبة ك.

فإذا رمزنا لاحتمال وقوع الحدث أبالرمزح (أ) فيمكن كتابة هذا الاحتمال في الصورة التالية: ح (أ) = عدد الحالات المواتية للحدث أحدد الحالات الممكنة للتجربة.

فمثلا عند سحب ورقة من مجموعة أوراق اللعب المحكمة الخلط (الكوتشينة) نجد أن لدينا ٥٢ حالة متنافية ومتماثلة هي الحالات الممكنة للتجربة، فاذا كان الحدث أ هو الحصول على صورة يكون أمامنا ١٢ حالة مواتية لوقوع الحدث أ وهي عدد الصور في الكوتشينة وعلى هذا يكون احتمال وقوع الحدث أ مساو يا ١٣٠ ، وتكتب في صورة رمزية كما يلي:

$$\frac{r}{1r} = \frac{1r}{r} = \frac{1}{r}$$

كذلك إذا كانت التجربة هي إلقاء زهرة نرد متزنة تكون الحالات الممكنة لهذه التجربة ٦ حالات شاملة ومتنافية ومتماثلة. فإذا كان الحدث هو الحصول على عدد زوجي من النقط فإن الحالات المواتية لهذا الحدث هي ٣ حالات (٢ $_{-\frac{1}{2}}$ وهي الأوجه التي تحمل عددا زوجيا من النقط و بهذا يكون احتمال وقوع هذا الحدث مساويا $\frac{7}{7}$ $_{-\frac{1}{2}}$ وتكتب: ح (أ) $_{-\frac{7}{2}}$ $_{-\frac{7$

مثال (٥): عند إلقاء زهرة نرد مرة واحدة _ ما هو احتمال أن يكون مجموع النقط على السطح العلوى لها أكثر من ٤؟

التجربة: هي إلقاء زهرة النرد.

الحالات المكنة هي: ن = ٦ حالات متماثلة.

الحدث أهو: أن يكون مجموع النقط على السطح العلوي للزهرة أكبر من ٤.

الحالات المواتية هي: م = ٢ (وهي الحالتين ٥،٦).

$$\frac{1}{7} = \frac{7}{7} = \frac{9}{10} = \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

مثال (٦): عند إلقاء قطعتي عملة مرة واحدة (أو إلقاء قطعة واحدة مرتين متتاليتين) ما هو احتمال الحصول على صورتين؟

الحل

التجربة هي: إلقاء قطعتي عملة.

الحالات المكنة هي: _ ن = ٢ × ٢ = ٤ حالات

وذلك لأن القطعة الأولى لها وجهان كل وجه منهما يمكن أن يناظره وجهان للقطعة الثانية. وهذه الحالات الأربع يمكن حصرها لورمزنا للصورة بالرمزص والكتابة بالرمزك كما يلي:

ص ص ـ ص ك ـ ك ص ـ ك ك .

الحدث أهو: الحصول على صورتين.

· الحالات المواتية هي: حالة واحدة وهي (ص ص).

$$\frac{1}{Y} = \frac{3 + 1}{2 + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{1 + 1}$$

مثال (٧): عند إلقاء زهرتين متزنتين من زهرات النرد مرة واحدة (أو إلقاء زهرة واحدة مرتين) ما هو احتمال أن يكون مجموع النقط على السطحين العلويين:

: مساويا ٢٩ : ٩ فأكثر؟

الحل

التجربة: إلقاء زهرتي نرد متزنتين.

ن = ٣٦ حالة متماثلة (٦ حالات للزهرة الأولى كل حالة منها يقابلها ٦ حالات للزهرة الثانية وبذا يكون عدد الحالات المكنة مساويا ٢ × ٦ = ٣٦ حالة).

ويمكن حصر الحالات المكنة في الشكل التالي:

نرمز للزهرة الأولى بالرمزس والثانية بالرمزص

٦	٥	٤	٢	۲	١	w w
(1.1)	(0.1)	(113)	(117)	(1.1)	(1.1)	1
(7.7)	(0:7)	(2,1)	(٣٠٢)	(7.7)	(1,1)	٣
(7.7)	(0,4)	(2.7)	(٣٠٣)	(4.4)	(1.4)	٣
			(3.7)			٤
			(7.0)			٥
(7.7)	(5.0)	(8.7)	(4.1)	(1.1)	(1.1)	7

الحالات السابقة تمثل ٣٦ نتيجة _ فمثلا النتيجة (٥، ٢) معناها أن الزهرة الأولى نتيجتها الوجه الذي عليه ه فقط والزهرة الثانية الوجه الذي عليه نقطتين.

: الحدث أ: هو أن يكون مجموع النقط على السطحين العلويين ٩.

• • الحالات المواتية م : هي تلك الحالات التي تبدو بين الخطين الماثلين في الجدول السابق وعددها ٤ حالات.

$$\frac{1}{4} = \frac{\xi}{\pi 1} = \frac{1^{n}}{2} = (1^{\frac{n}{2}})^{n} = (1^{\frac{n}$$

: الحدث أن : هو أن يكون مجموع النقط على السطحين العلويين ٩ فأكثر.

الحالات المواتية م : هي تلك الحالات الموجودة بين الخطين المائلين في الجدول السابق بالإضافة إلى كل الحالات الموجودة أسفل هذين الخطين لأن كلها تحقق الحدث المطلوب أو أي أن مجموع كل منها إما ٩ أو أكثر من ٩ وعددها ١٠ حالات متماثلة _ أي أن:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}$$

(١-٤-١) المبادىء الأولية للاحتمالات

مما سبق نستنتج ما يلي :

(11) ح (أ) = صفرإذا كانت أحادثة مستحيلة

(111) ح (أ) = ١ إذا كانت أحادثة مؤكدة.

أي أن احتمال وقوع أي حادثة + احتمال عدم وقوعها ٣٠ وذلك لأنه من المؤكد أن تقع الحادثة أولا تقع .

(١-٤-٢) بعض قوانين الاختيار الهامة:

لإمكان حل مسائل الاحتمالات فإننا سنعتمد على بعض قوانين موضوع الاختيار ونذكر منها على الأخص:

(أ) عدد الطرق التي يمكن بها اختيارس من الأشياء من بين ن من هذه الأشياء

$$\frac{! \circ}{!(\omega - \circ)! \omega} = \omega^{\circ} =$$

حيث أن:

 $Y\xi = 1 \times Y \times Y \times \xi = 1\xi$: فمثلا

مثال (٨) : إذا كان لدينا ٤ رجال وأريد إرسال بعثة منهم مكونة من رجلين. فإنه يمكن اختيار أعضاء هذه البعثة بعدد من الطرق مساو يا٤قع طريقة.

$$\frac{1}{1} \frac{\xi}{1 \times 1} = \frac{1}{1(1-\xi)} \frac{\xi}{1} = \chi^{\xi}$$

• ع
$$\frac{1 \times 7 \times 7 \times \xi}{1 \times 1 \times 1 \times 1} = 7$$
 طرق

مثال (٩): صندوق به ٨ كرات متماثلة. سحبت منه ٣ كرات، فما هي عدد الطرق التي يمكن بها إجراء هذه العملية.

الحل

(ب) إذا أمكن إجراء عملية ما بطرق مختلفة عددها ل وأمكن إجراء عملية أخرى بطرق مختلفة عددها م، فإن عدد الطرق التي يمكن بها إجراء العمليتين معا هو ل م.

مثال (• ١) : ما هوعدد الطرق التي يمكن بها تكوين بعثة من ٣ رجال ، ٢ نساء من بين ٦ رجال ،

الحل

عدد طرق تكوين البعثة = ٢٠×١٠ = ٢٠٠ طريقة.

(١-٤-٣) _ أمثلة على الاحتمالات:

مثال (١١): صندوق به ٥ كرات بيضاء، ٤ حمراء. سحبت منه كرة واحدة. فما هو احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

الحل

ــ عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرة من الصندوق

_عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرة بيضاء من الصندوق

_عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرة حراء من الصندوق

$$\frac{\circ}{\bullet} = \frac{\circ}{\bullet}$$
(I) احتمال سحب کرة بیضاء $\frac{\$}{\bullet}$ $= \frac{\$}{\bullet}$

ونلاحظ في هذا لمثال أن مجموع الاحتمالات في (I) ، (II) يساوي الواحد الصحيح لأن الكرة المسحوبة إما أن تكون بيضاء أو حمراء وهذه حادثة مؤكدة .

مثال (۱۲): صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٤ حمراء ، سحبت منه كرتان فما هو احتمال أن تكون الكرتان:

(I) عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرتان من الصندوق

، عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرتين بيضاء من الصندوق

ن احتمال أن تكون الكرتان بيضاء = ..

(II) عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرة بيضاء من الصندوق

، عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرة حمراء من الصندوق

• • عدد الطرق التي يمكن بها سحب كرة بيضاء وكرة حراء من الصندوق

= ٥ × ٤ = ٢٠ طريقة •

 $\frac{Y}{m_1} = \frac{1}{m_1}$ والأخرى حمراء = $\frac{Y}{m_1}$

مثال (۱۳): ألقيت زهرة نرد مرة واحدة. فما هو احتمال أن يكون السطح العلوي لها: (I) أقل من ٣؟ (II) ٤ فأكثر؟ (I) عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها السطح العلوي = ٦ ، عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على السطح رقم أقل من ٣ = ٢ (وهما ظهور الوجه ١ أو الوجه ٢)

$$\frac{1}{T} = \frac{T}{T} = (T)$$
 على عدد أقل من T

(II) عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها على السطح العلوي } فأكثر = ٣ (وهى الوجه } أو الوجه ه أو الوجه ه أو الوجه ه

مثال (١٤): ألقيت زهرتي نرد مرة واحدة، فما هو احتمال أن يكون مجموع النقط على السطح العلوي لهما ٥.

الحل

عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها السطح العلوي للزهرة الأولى = ٦ طرق ، عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها السطح العلوي للزهرة الثانية = ٦ طرق عدد الطرق التي يمكن أن يظهر بها السطح العلوي للزهرتين معا = ٦ × ٦ = ٣٦ طريقة عدد الطرق التي يمكن أن يكون مجموع النقط على السطح العلوي ٥ هو = ٤ طرق وهي (١٠٤) أو (٢،٣) أو (٢،٢) أو (٤،١)

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

ثانيا: التعريف التجريبي للاحتمالات:

يتضح من التعريف الكلاسيكي للاحتمال أنه يعتمد على عدة فروض أساسية منها افتراض أن الحالات الممكنة كلها حالات متماثلة وهذا الفرض يترتب عليه أن الحالات الممكنة كلها تكون متساوية الاحتمالات، فلو كان عددها ن حالة مثلا (وهى طبعا متنافية) سيكون احتمال كل منها $\frac{1}{5}$ ، ولكن هذا الفرض ليس دائما متوفرا في كل ما نصادفه من تجارب وظواهر طبيعية . فمثلا إذا حاولنا معرفة احتمال أن يكون المولود ذكرا في ولادة معينة وذلك باستخدام التعريف الكلاسيكي للاحتمال سنجد أن الحالات الممكنة حالتان فقط (ذكر وأنثى) وهما ليسا متماثلتين لأنه من المعروف إحصائيا في كل زمان ومكان أن نسبة المواليد الذكور أكبر من نسبة المواليد الإناث (٥١: ٤٩ تقريبا) و بالتالي تكون فرصة أن يكون المولود ذكرا أكبر من فرصة أن يكون أنثى و بالتالي لا يمكن حساب مثل هذا الاحتمال باستخدام التعريف الكلاسيكي لأنه يوصلنا إلى نتيجة مضللة لأنه يعتبر الحالات المكنة ن = ٢ والحالات المواتية م = ١ حالة واحدة

(ذكر) و يكون الاحتمال $= \frac{1}{7}$ وهذا خطأ واضح. كذلك لو تصورنا وجود قطعة عملة غير متزنة (أحد وجهيها أثقل من الوجه الآخر) و بالتالي فرصة ظهور أحد الوجهين أكبر من فرصة ظهور الوجه الآخر فكيف نجد احتمال الحصول على الصورة واحتمال الحصول على الكتابة في هذه الحالة - من البديهي أنه لا يمكن تطبيق التعريف الكلاسيكي الذي يوصلنا إلى احتمال الحصول على الصورة يساوي تماما الحصول على كتابة يساوى - - مثل هذه الملاحظات أدت إلى توجيه عدة انتقادات شديدة للتعريف الكلاسيكي الذي يكون قاصرا عن حساب الاحتمال في بعض الحالات مثل التي أوضحناها الآن - لذلك فإن التعريف الكلاسيكي يعتبر تعريفاً غير شامل ولا ينطبق إلا في حدود ضيقة جدا هي مجال ألعاب الصدفة ثما دفع علماء الرياضة المهتمين بهذه الدراسة إلى وضع تعريف شامل يعتمد على التجر بة والملاحظة وحصر الحالات التي يتحقق فيها الحدث المرغوب حساب احتماله وهذا التعريف يسمى بالتعريف التجريبي للاحتمال ويمكن صياغة هذا التعريف كما يلى:

التعريف التجريبي للاحتمال:

إذا كررنا تجربة معينة مرات عددها ن (تحت نفس الظروف) ولاحظنا أن حادثا معينا أقد تحقق في م من هذه المرات فإن النسبة على تسمى بالتكرار النسبي للحدث أو تعتبر قيمة تجريبية لاحتمال وقوع هذا الحدث وتقترب هذه القيمة التقريبية من احتمال وقوع الحدث أكلما كبرت نحتى أنه عندما تصبح في كبيرة كبرا لا نهائيا تصبح هذه القيمة التقريبية هي احتمال وقوع الحدث أ. و بكون:

احتمال وقوع الحدث أهوح (أ) = م عندما تكبرن كبرا لا نهائيا . وعادة نرمز إلى ذلك رياضيا بالصيغة التالية :

$$\frac{f}{0} \quad \downarrow \qquad = (1) \quad = \\ \infty \quad \longleftarrow \quad \downarrow$$

(حيث أن نها هي اختصار لكلمة نهاية ــ و يكون معنى الرمز السابق أنه في النهاية عندما تكبر ن كبرا لا نهائيا يكون الاحتمال ح (أ) = رأ الله عندما المرابع المرابع

هذا التعريف يقوم على أساس ملاحظة الظاهرة موضوع الدراسة عدد كبير من المرات فمن المعلوم أن أي ظاهرة طبيعية مثل المواليد والوفيات وغير ذلك من الظواهر تخضع لصفة نظامية محددة وهذه قدرة الحالق المبدع سبحانه وتعالى خلق كل شيء بقدر هذه الصفة النظامية لا تظهر في الحالات القليلة العدد ولكنها تظهر بوضوح في الحالات الكبيرة العدد . كما أن هذا التعريف يسمى بالتعريف التجريبي لأنه يعتمد على ملاحظة التجربة كما أنه يسمى أحيانا بالتعريف البعدي

لأن الاحتمال يتم حسابه بعد إجراء التجربة عدد كبير من الممرات وهذا يختلف عن التعريف الكلاسيكي الذي يمكن استخدامه في حساب الاحتمال قبل إجراء التجربة.

مثال (١٥): لدينا قطعة عملة معروف أنها غير متزنة _ تم إلقاؤها ألف مرة فظهرت الصورة ٥٠٠ مرة والكتابة ٤٥٠ مرة . فما هو احتمال الحصول على الصورة عند إلقاء هذه القطعة ؟

الحل

بما أن الصورة ظهرت ٥٥٠ مرة من بين ألف مرة _ إذن نسبة ظهور الصورة = ٥٥٠ = ٥٥٠ وهذه النسبة يمكن اعتبارها تقريبا إحتمال الحصول على الصورة و بالتالي يكون الاحتمال المطلوب هو: ح = ٥٥٠٠

مثال (١٦): أجرى طبيب ٥٠٠ عملية جراحية ونجح منها ٤٨٠ عملية فما احتمال نجاح عملية يجريها هذا الطبيب؟

الحل

عدد مرات إجراء العملية ن = ٥٠٠ عدمرات نجاح العملية م = ٤٨٠ احتمال نجاح العملية = <u>٤٨٠</u> ٩٦٠٠

هثال (۱۷): في مصنع للمصابيح الكهربية تبين أن من بين كل ١٠٠٠ مصباح يوجد ٥٠ مصباحا غيرصالح للاستعمال . فما هواحتمال وجود مصباح جيد؟

الحل

عدد المصابيح ن = ١٠٠٠ مصباح
عدد المصابيح الجيدة م = ٩٥٠ مصباحا
٠٠ الاحتمال المطلوب = م = ٩٥٠ و ٠٠٠ الاحتمال المطلحات :

إذا كانت أترمز إلى وقوع حدث معين وليكن (أ) ، كانت ب ترمز إلى وقوع حدث معين آخر وليكن (ب)

فإن:

أ ترمز إلى عدم وقوع الحدث أ ب ترمز إلى عدم وقوع الحدث ب

- (أ وب) ترمز إلى وقوع الحدثين أ، ب معا
- (أأوب) ترمز إلى وقوع الحدث أأو الحدث بأو كلاهما معا.
- (أ | ب) ترمز إلى وقوع الحدث أعلما بأن الحدث ب قد وقع فعلا.

(١-٤-٥) بعض التعاريف:

- (١) يقال إن الحدثين أ، ب مانعان أو متنافيان أو متعارضان، إذا كان حدوث أحدهما يمنع حدوث الآخر.
- (٢) يقال إن الحدثين أ، ب مستقلان إذا كان احتمال حدوث أحدهما لا يتأثر بوقوع أو عدم وقوع الحدث الآخر.

(١-٥) _ بعض قوانين الاحتمالات:

(أ) حالة الحوادث المعانة (المتنافية):

إذا كان أ ، ب حادثين مانعين (متنافيين) فإن:

مثال (١٨): سحبت ورقة من مجموعة أوراق اللعب. فما هو احتمال أن تحمل الرقم ثلاثة أو صورة؟

نفرض أن أ _ الورقة المسحوبة ثلاثة

ب ــ الورقة المسحوبة صورة

• أ ، ب حادثان مانعان

$$\therefore \ \ \zeta(\hat{1} \ \hat{1} \ e \ e) = \zeta(\hat{1}) + \zeta(e)$$

$$= \frac{3}{17} = \frac{17}{27} = \frac{3}{17}$$

ملحوظة (٢):

يمكن تعميم القاعدة السابقة. فإذا كان أر ، أب ، أب ، ٠٠٠٠٠٠، أن هي ن حادثة مانعة

$$(_{1}^{1})_{2} + \cdots + (_{T}^{1})_{2} + (_{T}^{1})_{2} + (_{1}^{1})_{2} =$$

مثال (١٩): سحبت ورقة من مجموعة أوراق اللعب. فما هو احتمال أن تكون الورقة تحمل الرقم ثلاثة أو ثمانية أوصورة؟

نفرض أن أ ١ _ الورقة المسحوبة ثلاثة ألا أ حالورقة المسحوبة ثمانية أس الورقة المسحوبة صورة وهذه حوادث مانعة.

(ب) حالة الحوادث غيرالمانعة:

مثال (٢٠): ألقيت زهرة نرد مرة واحدة. فما هو احتمال أن يكون السطح العلوي يقبل القسمة على ٢ أو٣؟

الحل

نفرض أن أ السطح العلوي يقبل القسمة على ٢ ب السطح العلوي يقبل القسمة على ٣ أ ، ب حادثان غير مانعين

مثال (٢١): في المثال السابق (رقم ٢٠) احسب احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أكبر من ٢.

الحل

نفرض أن أ العدد الزوجي ب العدد أكبر من ٢

أ، ب_حادثان غيرمانعن.

:
$$-(i l_0 +) = -(i) + -(i) = -(i_0 +)$$

$$= \frac{7}{7} + \frac{3}{7} - \frac{7}{7} = \frac{9}{7}$$

(ج) حالة الحوادث غير المستقلة:

إذا كانت أ ، ب حادثتين غير مستقلتين فإن:

$$f(|-1| - |-1|) = f(-1| - |-1|)$$
 $f(-1|-1| - |-1|) = f(-1| - |-1|)$
 $f(-1|-1| - |-1|) = f(-1|-1|)$

حيث ح (ب/أ) يسمى الاحتمال الشرطي، أي إلحتمال وقوع الحادث ببشرط أن الحادث أ يكون قد وقع فعلا.

مثال (٢٢): صندوق به ٥ كرات بيضاء، ٣ كرات حراء، سحبت منه عشوائيا كرتان على التوالي (أي بدون إرجاع الكرة الأولى). فما هو احتمال أن تكون الكرتان بيضاء؟

الحل

نفرض أن أ_الكرة الأولى بيضاء.

ب_الكرة الثانية بيضاء

أ، ب حادثتان غير مستقلتين وذلك لأن احتمال سحب كرة بيضاء في المرة الثانية يعتمد على لون الكرة الأولى.

مثال (٢٣): في المثال السابق (رقم ٢٢) احسب احتمال أن تكون الكرتان واحدة بيضاء والأخرى حمراء.

الحل

ملحوظة:

اذا كان أر، أم ، أم ٠٠٠٠، الهي نحادثة غير مستقلة فان ح (أر و أم و ١٠٠٠ و أي)= ح (أر) × ح (أم أر)) مثال (٢٤) : صندوق به ٥ كرات بيضاء، ٤ حمراء سحبت منه على التوالي ٣ كرات فما هو احتمال أن تكون جميعها بيضاء؟

الحل

أ , _ الكرة الأولى بيضاء أ ٧ ــ الكرة الثانية بيضاء أي _ الكرة الثالثة بيضاء

هذه الحوادث الثلاث غير مستقلة:

(د) حالة الحوادث المستقلة:

إذا كانت أ ، ب حادثتن مستقلتن فإن : ح (أوب) =ح (أ).ح (ب) = -(+) . -(1)

مثال (٢٥): إذا كان احتمال أن يموت شخص أخلال ٨ سنوات هو ٣٠٠، واحتمال أن يموت شخص آخر ب خلال نفس المدة هي ١٥ر٠ احسب احتمال أن يكون أ، ب قد ماتا خلال هذه المدة. نفرض أن أ = موت الشخص أ خلال ٨ سنوات ب = موت الشخص ب خلال ٨ سنوات أ ، ب حادثتان مستقلتان.

= ۲ر۰ x ۱۵ر۰ = ۳۰ر۰

ملحوظة (٣):

اذا كان أر ، أم ، أم ، . . . ، أن هي ن حادثة مستقلة . فإن ح (أرو أم و أم و . . . و أن) = ح (أر) . . ح (أن)

(۱-۱) - نظریة بییز:

إذا كانت أم،أم،،،أن هي ن حادثة مانعة وشاملة وكان هناك حادثة أخرى ب لا تقع إلا مع إحدى حالات أ (أي أن ب تقع إذا وقعت واحدة من هذه الحوادث المانعة) فإن:

$$= \frac{3(i_0) \cdot 3(i_1) \cdot 3(i_1)$$

البرهان

حیث أن أ ۱ ، أ ۲ ، ۰۰۰ ، أن حوادث مانعة وحیث أن ظهور إحداها ینتج عنه ظهور حادثة أخرى ب فإن: ب = (أ و ب) أو (أ و ب)

و يكون

$$e^{-2\pi i} i : 3 (|e| e +) = 3 (|e| 3 (+ |e| 6))$$

$$= 3 (+) \cdot 3 (|e| +)$$

$$= 3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3 (|e| +) = 3 (|e| +)$$

$$3 (|e| +) = 3$$

وهوالمطلوب

مثال (٢٩): ثلاثة مصانع III ، III ، لإنتاج المصابيح الكهربائية لإحدى المحلات التجارية. فإذا كانت هذه المصانع تنتج على التوالي ٢٠٪، ٣٥٪، ٤٥٪. من المصابيح التي يبيعها المحل. وكان احتمال إنتاج مصباح تالف من المصانع III ، III ، هو ١٢ر٠، ١٥ر٠، ١٠٠٠ على التوالي. فإذا اشترى شخص مصباحا من هذا المحل فإحسب:

- (١) احتمال أن يكون المصباح تالفا.
- (٢) إذا علم أن المصباح تالف فما هو احتمال أن يكون من إنتاج المصنع II.

الحل

نفرض أن ألم المصباح من إنتاج المصنع I ألم المصباح من إنتاج المصنع II

أس المصباح من إنتاج المصنع III ب المصباح تالف

نعلم أن :

كما نعلم أن :

ح
$$(-1)^{\dagger}$$
 = ۱۵ر۰ $(-1)^{\dagger}$ = ۸۰ر۰ $(-1)^{\dagger}$

$$(1)^{-2m^{2}} \stackrel{\text{lip}}{\text{lip}} = (1, e + 1) \stackrel{\text{le}}{\text{lip}} \stackrel{\text{le}}{\text{lip}} = (1, e + 1) \stackrel{\text{lip}}{\text{lip}} = (1, e + 1) \stackrel{\text$$

$$= (7c^{4})(71c^{4}) + (07c^{4})(01c^{4}) + (03c^{4})(A^{4}c^{4})$$

$$= 0711c^{4}$$

$$(7) = \frac{5(1_{7}) \cdot 5(1_{7})}{5(1_{7})} \cdot \frac{1_{7}}{5(1_{7})}$$

$$= \frac{(87.0)(81.0)}{(81.0)} = 93.0$$

أمثلة عامة

مثال (١):

فصل به ٣٠ طفلا، ١٢ ولدا، ١٨ بنتا فإذا كان من بينهم ٤ أولاد، ٨ بنات متفوقين. اختير طفلا عشوائيا ليكون عريفا على الفصل. أوجد احتمال أن يكون العريف:

١ ــ ولد متفوق ٢ ــ بنت متفوقة ٣ ــ متفوق
 ٤ ــ إذا علم أن العريف متفوق فما احتمال أن يكون بنت؟

الحل

أ _٧ ـــ العريف الذي سيختارولد أ ٧ ـــ العريف الذي سيختاربنت ب ـــ العريف الذي سيختار متفوق

(1) احتمال أن يكون العريف ولدا متفوقا = σ (1) = σ (1) . σ (+ | 1, | . σ (+ | 1, | . σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ | 1, | . σ) = σ (+ |

(۲) احتمال أن يكون العريف بنتا متفوقة
$$= \sigma$$
 ($| \varphi \rangle$ و $| \varphi \rangle$ $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$ ($| \varphi \rangle$) $= \sigma$ ($| \varphi \rangle$

(٣) احتمال أن يكون العريف متفوقا يعني إما أن يكون ولدا متفوقا أو بنتا متفوقة

$$\frac{1}{12} \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \frac{1}{12} \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \frac{1}{1$$

$$\frac{(i)}{(i)} = \frac{(i)}{(i)} = (i)$$

$$\frac{\Upsilon}{\Upsilon} = \frac{\Lambda}{1\Upsilon} = \frac{\frac{\Lambda}{1\Lambda} \times \frac{1\Lambda}{\Upsilon}}{\frac{1\Upsilon}{\Upsilon}} =$$

مثال (٢):

ألقيت زهرتي نرد مرة واحدة فما هواحتمال الحصول على مجموع ٤ أو ١٢؟

الحل

مثال (٣):

أعلنت جامعة الملك عبدالعزيز عن شغل ٣ وظائف سكرتارية بها ، فتقدم لها ٤ رجال ، ٣ نساء . وعند الاختيار وجدت اللجنة أنهم جميعا متساو ون في الخبرة والمؤهلات فقررت الاختيار عشوائيا ، احسب احتمال اختيار:

۱ _ رجلان

الحل

يلاحظ أن احتمال اختيار رجل في المحاولة الأولى لا يساوي احتمال اختيار رجل في المحاولة الثانية.

$$\frac{7}{70} = \frac{7}{0} \times \frac{7}{1} \times \frac{8}{7} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{70} = \frac{7}{70} \times 7 = \frac{7}{70} \times 7 = \frac{7}{70}$$

۲ _ رجلان على الأقل تعني رجلين أو ثلاث رجال (أ) احتمال اختيار رجلين
$$\frac{\Lambda}{r_0}$$

$$\frac{\xi}{ro} = \frac{\tau}{o} \times \frac{\tau}{\tau} \times \frac{\xi}{\tau} = \frac{\xi}{ro} + \frac{1\lambda}{ro} = \frac{1}{\sqrt{ro}} + \frac{1\lambda}{ro} = \frac{1}{\sqrt{ro}} + \frac{1\lambda}{ro} = \frac{1}{\sqrt{ro}} + \frac{1}{\sqrt{ro}} = \frac{1}{\sqrt{ro}} + \frac{1}{\sqrt{ro}$$

د (٤) :

من كل من المخزنين، فما هو احتمال أن تكون سلعة واحدة على الأقل من السلعتين جيدة؟

الحل

أ_سلعة جيدة من الخزن الأول.

ب ــ سلعة جيدة من المخزن الثاني.

أ، ب حادثان غير مانعين.

$$= \frac{\pi}{2} \times \frac{7}{70} - \frac{\pi}{2} + \frac{7}{70} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 0$$

تماريسن

- ۱ حقیبة بها ٥ کرات سوداء، ٤ بیضاء سحبت ٣ کرات عشوائیا، أوجد احتمال أن یکون اثنان منهما سوداو ین .
- ٢ حقيبة بها ٣ كرات سوداء، ٤ بيضاء، وحقيبة أخرى بها ٥ كرات سوداء وكرتان بيضاء. نقلت كرة من الحقيبة الأولى إلى الثانية ثم سحبت كرة من الحقيبة الثانية، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء؟
- ٣ كيس يحتوي على ٤ كرات حراء، ٣ كرات بيضاء، اختار شخص كرتين عشوائيا فما هو
 احتمال حصوله على واحدة من كل لون؟
- ٤ مكتبة ذات ثلاثة أرفف، الأول به ٢٥ كتابا منها ٥ كتب خضراء والثاني به ٢٠ كتابا منها
 ٥ كتب خضراء والثالث به ١٥ كتابا منها ٥ كتب خضراء. أختير أحد الأرفف وسحب منه كتاب أوحد الاحتمالات الآتية:
 - (أ) أن يكون الكتاب المسحوب أخضر ومن الرف الأول.
 - (ب) أن يكون الكتاب المسحوب أخضر ومن المكتبة.
 - (ج) إذا علم أن الكتاب المسحوب أخضر فما احتمال أن يكون من الرف الأول؟
- مصنع لإنتاج المصابيح الكهر بائية ، فإذا كان احتمال أن يكون المصباح من هذا الإنتاج
 تالفا هو أو واخترنا عشوائيا ٤ مصابيح ، فما هو احتمال أن يكون من بينها مصباح على
 الأكثر تالف؟
- إذا كان ٢٥٪ من الطلبة ، ١٥٪ من الطالبات بإحدى الكليات يدرسون الرياضيات وكانت الطالبات تكون ٤٠٪ من العدد الكلي لتلاميذ الكلية . أختير تلميذ عشوائيا و وجد أنه يدرس الرياضيات . فما احتمال أن يكون هذا التلميذ طالبة ؟
 - ٧- ثلاث صناديق يحتوي الأول على ٣ كرات بيضاء، ٤ كرات حراء

ويحتوي الثاني على ٣ كرات بيضاء، ٥ كرات حمراء ويحتوي الثالث على ٢ كرة بيضاء، ٣ كرات حمراء

أختير صندوق عشوائيا وسحبت منه كرة عشوائيا .

- (أ) فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء؟
- (ب) إذا علم أن الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الثالث؟
- ٨ عند إلقاء ٣ قطع عملة دفعة واحدة ما هو احتمال الحصول على صورتين على الأكثر؟

٩ ـــ ستة رجال كل منهم معه زوجته وجلس الاثنا عشر في غرفة واحدة .

أ_إذا اخترنا شخصين عشوائيا من بين الاثني عشر شخصا فما هو احتمال أن يكونا زوجا وزوجته؟

ب إذا اخترنا ٤ أشخاص عشوائيا من الحجرة أوجد الاحتمالات الآتية:

أولا : أن يكونوا زوجين وزوجتيهما.

ثانيا: أن لا يوجد زوج وزوجته بين الأربعة المختارين.

ثالثا: أن يوجد زوج وزوجته والباقي مختلف.

. . .

الباب الثاني

التوزيعات الاحتمالية



التوزيعات الاحتمالية

(١-٢) _ المتغير العشوائي:

يرافق نتائج التجربة العشوائية مقدار يسمى المتغير العشوائي، وهذا المقدار يأخذ قيما مختلفة حسب نتيجة التجربة العشوائية.

مثال (١): إلقاء زهرتي نرد مرة واحدة. هنا التجربة العشوائية هي إلقاء الزهرتين، ونتيجة التجربة هي النقاط التي تظهر على السطح العلوي للزهرتين. المقدار الذي يرافق نتائج هذه التجربة يمكن أن يكون مجموع النقط التي تظهر على السطح العلوي للزهرتين. هذا المقداريأخذ القيم ٢،٣، يمكن أن يكون مجموع النقط التي تظهر على السطح العلوي للزهرتين متغير عشوائيا. متغير لأنه يرافق نتائج تجربة عشوائية.

مثال (٢): اختيار طالب من بين طلاب الجامعة. التجربة العشوائية هي اختيار طالب ونتيجة التجربة أحد طلاب الجامعة. المقدار الذي يرافق نتائج هذه التجربة يمكن أن يكون طول الطالب دخل أسرة الطالب عدد أفراد أسرة الطالب. الخ. فإن اقتصرت دراستنا على طول الطالب فإن هذا المقدار يأخذ قيما مختلفة حسب طول الطالب الذي اختير وربما تأخذ أي قيمة ١٦٥ سم أو ١٦٦ أو أي قيمة بينهما. وعلى ذلك فإن طول الطالب متغير عشوائيا لأنه يأخذ قيما مختلفة حسب نتيجة التجربة العشوائية.

(أ) المتغير العشوائي المنفصل:

يقال إن المتغير العشوائي منفصل إذا أخذ قيما منفصلة عن بعضها البعض أي يوجد بينهما لغرات.

مثال (٣): عدد أفراد الأسرة متغير منفصل لأنه يأخذ القيم ٢،٣،٢، ٥٠٠ وهذه القيم يوجد بينها تغرات، فمثلا لا يوجد عائلة عدد أفرادها لله على فرد.

مثال (٤): مجموع النقط التي تظهر على السطح العلوي عند إلقاء زهرتي نرد مرة واحدة.

(ب) المتغير العشوائي المتصل:

يقال إن المتغير العشوائي متصل إذا أمكن أن يأخذ جميع القيم التي تقع في نطاق تغيره.

مثال (٥): طول الطالب متغير متصل لأنه يأخذ أي قيمة في نطاق تغير الطول، فإذا كانت أصغر

وأكبر قيمة للطول هي: ١٥٠ سم ، ٢٠٠ سم على التوالي فطول الطالب يمكن أن يكون أي قيمة بين هاتين القيمتين فريما يكون ١٦٥ سم أو ١٦٦ سم أو أي قيمة بينهما حسب دقة القياس.

(٢-٢) - التوزيع الاحتمالي:

التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي ما (س مثلا) عبارة عن دالة تعطي احتمالات قيم س المختلفة، وهذه الدالة عبارة عن جدول أو صيغة رياضية تبين قيم س المختلفة واحتمالاتها وتحقق عدة شروط معينة نذكرها فيما بعد.

مثال (٦): الجدول الآتي يبين قيم متغير عشوائي س والتوزيع الاحتمالي ح (س) لهذا المتغير العشوائي:

٨	٥	٤	۲	w
۲ر٠	}ر ٠	۴ر	ار•	(w) E

(أ) التوزيع الاحتمالي المنفصل:

إذا كانت س متغيرا عشوائيا يأخذ القيم

(m) ، ح (m) ، ۰۰ ، ۰۰ ، ۰۰ ، ۰۰ ، ح (m) باحتمالات ح (m)) \geq صفر لجمیع قیم س

فإنه يقال إن س متغير عشوائي يتبع توزيعا احتماليا منفصلا دالته الاحتمالية هي د(س).

مثال (Λ): اشترى شخص 1 بطيخان، فإذا كان احتمال أن تكون أي منها تالفة هو $\frac{7}{0}$ ، أوجد التوزيع الاحتمالي لعدد البطيخ التالف.

الحل

نعنى أن الأولى جيدة والثانية جيدة والثالثة جيدة والرابعة جيدة وهذه حوادث جميعا مستقلة.

$$\frac{1}{100} = \frac{7}{0} \times \frac{7}{0} \times \frac{7}{0} \times \frac{7}{0} = \frac{1}{100}$$

س = 1 يعني أن هناك بطيخة واحدة تالفة والثلاث الأخرى جيدة وهناك أربع حالات تظهر بها هذه النتيجة.

$$= \frac{717}{170} = \left(\frac{7}{0} \times \frac{7}{0} \times \frac{7}{0} \times \frac{7}{0}\right) =$$

س = ٢ يعني أن هناك بطيختين تالفتين و بطيختين جيدتين وهناك ٦ حالات تظهر بها هذه النتيجة.

$$= r \left(\frac{\gamma}{\circ} \times \frac{\gamma}{\circ} \times \frac{\gamma}{\circ} \times \frac{\gamma}{\circ} \right) = \frac{r17}{\circ 7r}$$

س = ٣ يعني أن هناك ٣ بطيخات تالفة و واحدة جيدة وهناك ٤ حالات تظهر بها هذه النتيجة.

$$\frac{77}{170} = \left(\frac{7}{0} \times \frac{7}{0} \times \frac{7}{0} \times \frac{7}{0}\right) \in =$$

س= ٤ يعني أن جميع البطيخات تالفة

ح (الثالثة تالفة) × ح (الرابعة تالفة).

$$= \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} = \frac{77}{977}$$

على ذلك يكون التوزيع الاحتمالي المطلوب هو:

المجموع	٤	٣	۲	Ĭ	•	س
١	170	170	717	717	170	ح (س)

مثال (٩): ألقيت زهرتي نرد مرة واحدة ، أوجد التوزيع الاحتمالي لمجموع النقط التي تظهر على السطح العلوي.

الحل نفرض أن س هي مجموع النقط التي تظهر على السطح العلوي س تأخذ القيم ٢،٣،٢،٠٠٠،٠١

	740	7.5	148	7.1	7.1	0.1	٤٠١	7.1	1.1	1.1	نتائج
```	5			٥٠٢							التحرية
ļ	0 1			£ + £	ì						
		11	•				1	, , ,			
	}		7.7	4.0	l l		1.5				
				117	7.0	110					
					1.7						ļ
١٢	11	1.	٩	٨	٧	7	۰	٤	٢	۲	س

$$\frac{1}{TT} = \frac{1}{T} \times \frac{1}{T} = (1,1) = \frac{1}{T} \times \frac{1}{T} = \frac{1}{$$

وهكذا حتى

$$\frac{1}{77} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{77}$$
 وعلى ذلك يكون التوزيع الاحتمالي المطلوب هو:

المجوع	17	11	1.	٩	٨	٧	٦	0	٤	٢	۲	س
١	1	7	<u>۲</u>	٤ ٣٦	°	7 77	°	<u>٤</u> ٣٦	٣ ٣٦	7	7	ح (س)

#### (ب) التوزيع الاحتمالي المستمر (المتصل):

إذا كانت س متغيرا عشوائيا مستمرا وكانت هناك دالة د (س) تحقق الشروط الآتية:

فإنه يقال أن س متغير عشوائي يتبع توزيعا احتماليا مستمرا دالة كثافته الاحتمالية هي د (س). وفي هذه الحالة يكون:

وهذا يعني أن احتمال وقوع س في مدى معين يساوي المساحة الواقعة فوق هذا المدى وتحت منحنى الدالة د (س).

#### ملاحظة:

١ _ الشرط الأول: يعنى أن هذه الدالة موجبة لجميع قيم المتغير العشوائي.

٢ - الشرط الثاني: يعنى أن المساحة تحت منحنى هذه الدالة تساوي الواحد.

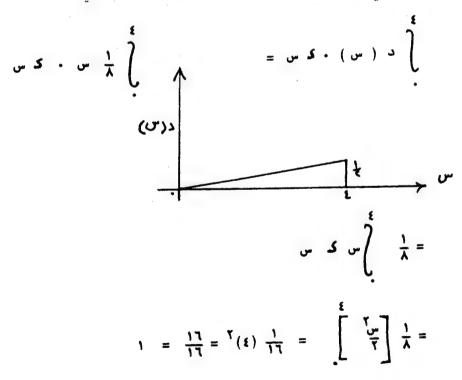
مثال (١٠): أثبت أن الدالة الآتية هي دالة توزيع احتمالي مستمر.

#### الحل

لكي تكون الدالة السابقة دالة توزيع احتمالي لابد من توافر الشروط السابق ذكرها.

ــ الشرط الأول هو أن الدالة موجبة لجميع قيم المتغير العشوائي س متحقق حيث أن الدالة موجبة في المدى صفر ﴿ س ﴿ ٤.

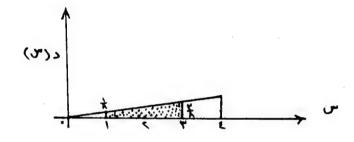
_ الشرط الثاني، وهو أن المساحة تحت منحني الدالة تساوي الواحد نثبته فيما يلي:



وهذا يحقق الشرط الثاني.

دالة توزيع احتمالي مستمر للمتغير العشوائي س.

الدالة د ( س ) =  $\frac{1}{\Lambda}$  س .



$$\frac{1}{Y} = \frac{\Lambda}{17} = (1-9)\frac{1}{17} = \frac{Y}{1} = \frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{\Lambda}$$

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\lambda} = \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\lambda}$$

$$\frac{\gamma}{\lambda} = \frac{\gamma}{17} = ( r - 3 ) = \frac{\gamma}{17} = \frac{\gamma}{17}$$

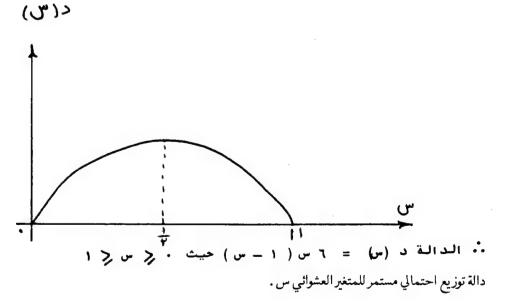
مثال (١١): أثبت أن الدالة

#### الحل

لكي تكون الدالة السابقة دالة توزيع احتمالي مستمر لابد من توافر الشروط السابق ذكرها.

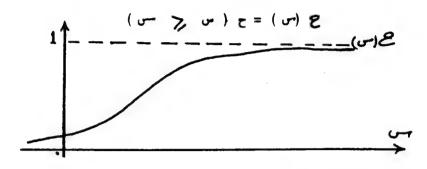
الشرط الأول: متحقق حيث أن الدالة موجبة في المدى. ﴿ س ﴿ ١ الشرط الثاني: نثبته كما يلي:

$$\int_{1}^{1} \left( v \right) \left($$



## (٢-٣) _ دالة التوزيع التراكمية:

يتحدد التوزيع الاحتمالي لأي متغير عشوائي س أما بدلالة دالته الاحتمالية أو بدلالة دالة جديدة تسمى دالة التوزيع التراكمية وتعرف بالآتى:



و يلاحظ على هذا التعريف ما يلي:

كما يلاحظ أنه إذا كانت س متغيرا عشوائيا مستمرا فان

وبتفاضل الطرفين نجد أن

$$\begin{pmatrix} 2 & (-\omega) \\ 2 & -\omega \end{pmatrix} = c (\omega)$$

$$-\omega = \omega$$

وهذا يعني أنه إذا عرفت دالة التوزيع التراكمية يمكن الحصول على دالة كثافة الاحتمال للمتغير العشوائي والعكس صحيح. و بالمثل إذا كانت س متغيرا منفصلا.

مثال (١٢): إذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لمتغير عشوائي س هي

الحل

دالة التوزيع التراكمية هي

$$g(w) = g(w)$$

$$g(w)$$

مثال (١٣): أوجد دالة التوزيع التراكمية للمثال رقم (٨).

الحل

٤	٣	۲	١	•	س
71 077	97 770	717	717 770	170	ح ( س )
170 770	7.9	710	797	170	(50) 8

#### (٢-٤) - بعض خواص التوزيعات الاحتمالية:

يوجد عدة خواص تميز التوزيعات الاحتمالية نذكر منها خاصتن هامتن وهما:

## (أ) القيمة المتوقعة للتوزيع:

القيمة المتوقعة للتوزيع أو التوقع الرياضي للمتغير العشوائي هو القيمة المتوسطة للمتغير و يرمزلها بالرمز 🎮 وتعطى بالمعادلة:

ويمكن تفسير متوسط التوزيع على أنه إذا تكررت التجربة العشوائية عددا لا نهائيا من المرات وفي كل مرة لاحظنا نتيجة التجربة وقيمة المتغير العشوائي الذي يرافقها فيكون متوسط التوزيع عبارة عن الوسط الحسابي لهذا العدد اللانهائي من قيم المتغير العشوائي.

## (ب) الانحراف المعياري للتوزيع:

يعرف تباين التوزيع كالآتي:

والانحراف المعياري (م) هو الجذر التربيعي للتباين. و يقيس الانحراف المعياري مقدار تشتت قيم المتغير العشوائي.

مثال (١٤): أوجد المتوسط والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي الآتي:

مثال (١٥): أعلنت وزارة الصحة عن إرسال ٣ بعثات لدراسة إدارة المستشفيات فتقدم لها ٤ رجال، ٣ نساء. وعند الاختيار وجد أنهم متساوون في المؤهل والخبرة فتقرر اتباع طريقة الاختيار العشوائي.

#### أوجد_

(أ) التوزيع الاحتمالي لعدد النساء المختارات.

(ب) متوسط عدد النساء المختارات.

(ج) الانحراف المعياري لعدد النساء المختارات.

الحل

نفرض أن س هي عدد النساء المختارات

ن. س تأخذ القيم ١،٠، ٣، ٢،١،

## ٠٠ التوزيع الاحتمالي يكون

المجموع	٣	۲	1	•	w.
١	10	17	170	10	ح ( س )

(س) ح س)	سح (س)	ح ( س )	w
•	•	£ 70	
77	11	11	1
<u> ۲۸</u> ۳٥	78	17	۲
9 40	<del>٢</del>	1	٣
Yo 10	10 To	١	Z

$$= \frac{80}{70} = 701 \text{ laufing}$$

$$(\frac{\xi \circ}{r \circ}) - \frac{v \circ}{r \circ} =$$

#### تمارين

١ إذا كانت أعمار المصابيح الكهر بائية التي تنتجها إحدى الشركات تتبع التوزيع الاحتمالي
 الآتى:

س: العمر بالسنة

أ: مقدار ثابت

### والمطلوب :

- _إيجاد قيمة أ .
- ــ إذا اختير مصباح عشوائي فما هواحتمال أن يعيش أكثر من ٤ شهور.
  - _ أوجد متوسط عمر المصباح وكذلك الانحراف المعياري.
    - _ أوجد دالة التوزيع التراكمية ومثلها بيانيا .

أوجد:

_قمة أ

_ح(س 🗲 ۱)

_ دالة التوزيع التراكمية.

_ متوسط التوزيع وكذلك الانحراف المعياري.

سـ أعلنت جامعة الملك عبدالعزيز عن شغل ٣ وظائف سكرتارية فتقدم لها ٥ رجال، ٥ نساء
 وعند الاختيار وجد أنهم متساوون في المؤهل والخبرة، فقررت اللجنة الاختيار عشوائيا.

- _التوزيع الاحتمالي لعدد النساء المختارات.
- _متوسط عدد النساء المختارات وكذلك الانحراف المعياري.
  - _ دالة التوزيع التراكمية.
- = 1 إذا كان احتمال أن تصل الطائرة التي تقوم من مطار القاهرة متجهة إلى مطار جدة في موعدها هو  $= \frac{7}{8}$  ، قامت خس طائرات من القاهرة متجهة إلى جدة .
  - _ التوزيع الاحتمالي لعدد الطائرات التي تصل في موعدها.
    - _ متوسط التوزيع وكذلك الانحراف المعياري.
      - ــ دالة التوزيع التراكمية.
        - اثبت أن الدالة

تمثل توزيعا احتماليا، ثم أوجد دالة التوزيع التراكمية وكذلك المتوسط والانحراف المعياري لهذا التوزيع.

# الباب الثالث

بعض التوزيعات الاحتمالية



# بعض التوزيعات الاحتمالية

أولاً : توزيع ذي الحدين :

#### (۲-۲) _ تعریف:

إذا كانت هناك تجربة عشوائية لها نتيجتان فقط هما ظهور حدث معين أو عدم ظهوره (مثل نجاح الطالب أو فشله، المصباح الكهربائي جيد أو تالف، وصول طائرة في موعدها أو عدم وصولها، اصابة طائرة الهدف للعدو أو عدم إصابتها له، ظهور الصورة عند القاء قطعة نقود أو عدم ظهورها، .... إلخ) وكان احتمال ظهور هذا الحدث في أي محاولة هوم (وعلى ذلك فإن احتمال عدم ظهوره هول = ١ – م). فإذا تكررت هذه التجربة أو المحاولة ن مرة، فإن احتمال ظهور هذا الحدث سمرة من بين الدن من هذه المحاولات هو:

$$1 = {}^{0}(z + J)$$

وهذا يبين أن ح (س) هي دالة توزيع احتمالي ، و يطلق عليها توزيع ذي الحدين .

# (٣_٢) ــ بعض خصائص التوزيع:

**مثال (١):** ألقيت قطعة نقود ٤ مرات. فما هو احتمال ظهور الصورة ٣ مرات.

مثال (٢): اشترى شخص صندوقا به ٥ بطيخات. فإذا كان احتمال أن تكون أي منهم تالفة هو ٢ر٠ ، احسب احتمال أن تكون:

(III) جميعها طيبة

الحل

عدد المحاولات ن =عدد البطيخات = ٥ احتمال أن تكون أي منهم تالفة _ م = ٢ ر٠ احتمال أن تكون أي منهم جيدة ل = ٨ ر٠ نفرض أن س هوعدد البطيخات التالفة

$$= \sigma ( w = \cdot ) + \sigma ( w = 1 ) + \sigma ( w = 1 )$$

$$= {}^{\circ}\bar{u}_{,} ( 7 \cdot \cdot )^{\circ} ( \lambda \cdot \cdot )^{\circ} + {}^{\circ}\bar{u}_{,} ( 7 \cdot \cdot )^{1} ( \lambda \cdot \cdot )^{3} + {}^{\circ}\bar{u}_{,} ( 7 \cdot \cdot )^{7} ( \lambda \cdot \cdot )^{7}$$

$$= \lambda \cdot 739 \cdot c \cdot$$

$$= \lambda \cdot 739 \cdot c \cdot$$

مثال (٣): إذا كان ١٠٪ من إنتاج إحدى آلات المسامير تالفا، وسحبنا عشوائيا ٥ مسامير من إنتاج هذه الآلة. أوجد:

١ ــ التوزيع الاحتمالي لعدد المسامير التالفة وضعه في صورة جدول
 ٢ ــ متوسط التوزيع وكذلك الانحراف المعياري له .

الحل

احتمال أن يكون أي مسمار تالفا المحتمال الله على المحتمال المحتمال المحتمل المح

احتمال أن يكون أي مسمار غير تالف = ١ - ١ ر٠= ٩ ر٠ نفرض أن س_عدد المسامير التالفة

و بذلك تكون دالة التوزيع الاحتمالية هي:

١ ــ التوزيع الاحتمالي لعدد المسامير التالفة:

بالتعو يض في دالة التوزيع الاحتمالية بقيم س المختلفة نحصل على:

المجموع	٥	٤	٣	۲	1	·	w
١	۱۰۰۰۰ر،	ه٤٠٠٠٠،	۰۱۸۰۰۲۰	۰۶۲۲۹۰ر۰	۰۰۲۲۸۰۰ر ۰	۹۹۰٤۹مر٠	ح (س)

## ٢ _ متوسط التوزيع وكذلك الانحراف المعياري:

مثال (٤): قدرت شركة للطيران أن احتمال وصوف الطائرة التي تقوم من لندن إلى مطار جدة في ميعادها هو √ر٠، فإذا قامت ٤ طائرات من طائرات الشركة من مطار لندن متجهة إلى مطار جدة. فأوجد:

(أ) التوزيع الاحتمالي لعدد الطائرات التي تصل في موعدها.

(ب) التوزيع الاحتمالي في صورة جدول ومنه استنتج:

١ حتمال وصول طائرة واحدة على الأقل في ميعادها.
 ٢ حتمال وصول ٣ طائرات على الأقل في ميعادها.

(ج) متوسط عدد الطائرات التي تصل في موعدها وكذلك انحرافها المعياري.

الحل

عدد الطائرات = ٤

احتمال وصول أي طائرة في موعدها = ٧ر٠

احتمال عدم وصول أي طائرة في موعدها = ١- extstyle extstyle

(أ)وبذلك تكون دالة التوزيع الاحتمالي هي:

ع (س) = ^عقی (۷ر) ^{س (۱۳}ر) ^{ع – س} حیث س = ۰ ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۶

(ب) بالتعويض في دالة التوزيع الاحتمالي بقيم س المختلفة نحصل على: 
$$\sigma$$
 (  $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$  ( $\sigma$  ) =  $\sigma$ 

$$\sigma = 1 = \frac{3}{5} \sigma_{1} (V_{C})^{1} (T_{C})^{2} = \Gamma \circ V \cdot C$$

$$-2$$
 (  $-2$  ) =  $-3$   $= -3$   $= -3$   $= -3$   $= -3$ 

٠٠. التوزيع الاحتمالي لعدد الطائرات التي تصل في موعدها يكون:

المجموع	1	٢	۲	١	•	س
١	۲٤۰۱ر۰	٤١١٦ر٠	۲۶۲۱ر۰	۲۰۲۰ر۰	۲۸۰۰۷۰	ح ( س ) ح

(١) احتمال وصول طائرة واحدة على الأقل في ميعادها:

مثال (٥): إذا كان احتمال إصابة الطائرة لأحد أهداف العدو هو ٨ر٠، فاذا أغارت خمس طائرات على الهدف فأوجد:

١ _ التوزيع الاحتمالي لعدد الطائرات التي تصيب الهدف.

٢ ــ متوسط التوزيع وكذلك الانحراف المعياري له .

الحل

عدد الطائرات المغيرة ن = ٥

احتمال إصابة الهدف بأي طائرة مغيرة =٨ر٠

احتمال عدم إصابة الهدف بأي طائرة مغيرة =٢ر٠

نفرض أن س عدد الطائرات التي تصيب الهدف.

و بذلك تكون دالة التوزيع الاحتمالية هي:

$$I - \sigma(m) = {}^{0} \sigma_{m} (A_{C})^{m} (\gamma_{C})^{n} - m$$

حيث أن س = ۰ ، ۲ ، ۲ ، ۰ ۰ ، ٥

٢ ــ متوسط التوزيع والانحراف المعياري:

# ثانيا: توزيع بواسون:

#### (٣_٣) _ تعريف:

توجد بعض الظواهر النادرة مثل الزلازل _ الحرائق _ الحوادث على إحدى الطرق _ عدد الأخطاء المطبعية في صفحة ما من كتاب. والتوزيع الذي يعطي احتمالات لقيم هذه الظواهر النادرة يسمى «توزيع بواسون».

=\ Ac-

فإذا كانت س ترمز لقيم الظاهرة (مثلا تكون س ــ عدد الزلازل في السنة أو عدد الحرائق الأسبوعية أو عدد الحوادث اليومية على إحدى الطرق) وكانت ح (س) احتمال وقوع س فان:

حيث : ( I ) س هي قيم الظاهرة وتأخذ القيم ٢،١،٠٠٠٠٠٠٠

( II ) م متوسط قيم الظاهرة (متوسط التوزيع).

( III ) هـ مقدار ثابت. وهو الأساس الطبيعي اللوغاريتمي.

و بالتعويض في دالة التوزيع الاحتمالية بقيم س المختلفة نحصل على :

$$z \quad (w = r) = \frac{\frac{1}{\rho} \frac{a^{-\rho}}{a^{-\rho}}}{\frac{1}{r} \frac{1}{a^{-\rho}}} = \frac{a^{-\rho}}{a^{-\rho}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\rho} \frac{a^{-\rho}}{a^{-\rho}}}{\frac{1}{r} \frac{a^{-\rho}}{a^{-\rho}}} = \frac{a^{-\rho}}{a^{-\rho}} = \frac{a^{-\rho}}{a^{-\rho}}$$

$$r - \frac{r}{1} = \frac{r}{1} = \frac{r}{1} = \frac{r}{1}$$

( ~ ) ~ 
$$\overset{\circ}{\sum}$$

ومجموع الطرف الأيسر

$$= a - a + \frac{i\pi}{4} + \frac{i\pi}{4} + \frac{i\pi}{4} + \cdots$$

$$1 = \frac{\rho - \rho}{2}$$
  $\frac{\rho}{\rho}$   $\frac{\rho}{\rho$ 

وهذا يبين أن ح (س) هي دالة توزيع احتمالي و يطلق عليها توزيع بواسون.

والجدول الآتي يعطي قيم هـم لبعض قيم (م):

a - 9	م	هـ- م	م	ه – م	م	e – a	م
ه٤٠ر٠	ار۳	۱۲۲ر۰	۱ر۲	۳۳۳ر۰	ارا	۱۰۰۰۰	
۱٤٠ر٠	۲۷۳	۱۱۱ر۰	۲۷۲	۳۰۱ر۰	۲ر۱	ه۹۰۰ر۰	١ر
۰٫۰۳۷	۳۰۳	۱۰۰۰ر۰	۳۷۳	۲۷۳ر۰	۳ر۱	۱۹۸ر۰	۲ ,
۰٫۳۳	٤ر٣	۱۹۰ر۰	<b>٤ر</b> ٢	۲٤٧ر٠	٤ر١	13٧ر٠	۳ر
۰۳۰ر۰	٥ر٣	۲۸۰۷۰	٥ر٢	۲۲۳ر۰	٥ر١	۰۷۲۰	<b>٤</b> ر
۲۲۰۰۰	۲۷۳	٤٧٠ر٠	٢٦٢	۲۰۲۰	٦٦١	۲۰۲۰	ەر
٥٢٠ر٠	۷ر۳	۲۶۰۷۷	۷ر۲	۱۸۳ر۰	٧ر١	۹ ۶ هر ۰	٦٦
۲۲۰۰۰	۸ر۳	۲۲۱ر	۸ر۲	١٦٥ ار٠	۸ر۱	۹۷}ر٠	٧ر
۰۲۰۰	٩٣	ەە•ر•	٩٦٧	۱۵۰ر۰	٩ر١	<b>٩</b> ٤٤ر٠	۸ر
۱۹۰۱۸	۰ر٤	۰۵۰ر۰	۰ر۳	١٣٥.	۰ر۲	۲۰۶۰۰	٩ر
						۸۶۳۵۰	۰را

## (٣-١) _ بعض خصائص التوزيع:

البرهان

$$= \sum_{w=-\infty}^{\infty} w \cdot x \cdot \frac{1}{w} = \frac{1}{2}$$

$$= \sum_{w=-\infty}^{\infty} w \cdot x \cdot \frac{1}{w} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \alpha^{-1}(\alpha \dot{\alpha} \dot{\alpha} + 1 \dot{\alpha$$

(ب) الانحراف المياري:

مكن بنفس الأسلوب اثبات أن:

مثال (٦): إذا كان متوسط عدد الحوادث اليومية على إحدى الطرق هو حادثتين، فما احتمال وقوع ٣ حوادث في أحد الأيام؟

نفرض أن س هي عدد الحوادث اليومية . متوسط عدد الحوادث اليومية م ٢٢

$$\frac{\gamma^{-1}}{2} = \frac{\gamma^{-1}}{2} = \frac{\gamma^$$

$$\cdot \cdot = ( w ) = \frac{(7)^{20} (671( \cdot ))}{w !}$$

احتمال وقوع ٣ حوادث في أحد الأيام = ح ( س = ٣ )

$$=\frac{7^{7} (0710^{\circ})}{7} = 110^{\circ}$$

مثال (٧): إذا كان متوسط عدد الزلازل السنوية في إحدى الدول هو ٦٠٠ ــ فاحسب احتمال وقوع زلزالين في أحد السنين.

الحل

نفرض أن س هي عدد الزلازل السنوية متوسط عدد الزلازل السنوية = ٦٠٠

من الجدول نجد أن ه ^{- ٦ر٠} = ٤٩مر٠

$$\frac{(r_{\mathcal{C}})^{\infty}(p_{\mathcal{C}})^{\infty}(p_{\mathcal{C}})}{m} = \frac{(r_{\mathcal{C}})^{\infty}(p_{\mathcal{C}})^{\infty}}{m}$$

احتمال وقوع زلزالين في أحد السنين =ح (س = ٢)

= ۹۹۰ر۰

مثال (٨): إذا كان متوسط عدد الحرائق الشهرية في إحدى المدن الكبيرة هو ثلاث حرائق. فما هو احتمال أن يقع في أحد الشهور:

الحل

نفرض أن س هي عدد الحرائق الشهرية في هذه المدينة متوسط عدد الحرائق الشهرية م =٣

$$\frac{\pi^{-0}}{m!} = \frac{\pi^{-0}}{m!} = 0$$

من الجدول نجد أن ه^{- ٣} = ٥٠٠٥

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}$$

(1) احتمال وقوع حریقین = 
$$(m = 1) = \frac{7}{1} \times 0.00$$

(II) 
$$| \operatorname{crab} b | \operatorname{e} \operatorname{d} g | \operatorname{c} g | \operatorname{c}$$

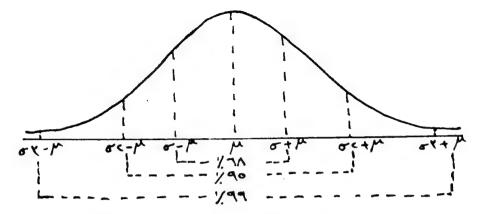
### ثالثا: التوزيع الطبيعي:

#### (٣_٥) _ مقدمة:

نعلم من دراستنا السابقة أن المنحنى الطبيعي يعتبر من أهم المنحنيات التكرارية في الإحصاء لأنه يمثل كثيرا من الظواهر التي تقابلنا في الحياة العملية مثل الأطوال والأوزان والدخول والدرجات التي يحصل عليها الطلاب وغيرها من الظواهر المستمرة (المتصلة).

ومنحنى التوزيع الطبيعي يشبه الناقوس من حيث الشكل، ومن خصائصه أنه متماثل حول العمودالذي يمر بقمة هذا المنحنى لذلك فهويقسمه إلى قسمين متماثلين تماما. كما أن هذا التوزيع يتحدد بمعرفة كل من وسطه ( عمر ) وانحرافه المعياري ( ص )، حيث عمر هي النقطة التي تتمركز حولها الغالبية العظمى من مفردات التوزيع، صهو مقياس يبين تشتت أو تباعد المفردات عن بعضها.

ونلاحظ أن جميع مفردات التوزيع الطبيعي تقريبا تنحصر بين  $\mu_{-}$   $\mu_{-}$   $\mu_{-}$  وأن ٩٥٪ من المفردات تنحصر بين  $\mu_{-}$   $\mu_{-}$   $\mu_{-}$   $\mu_{-}$  تقريبا وأن  $\mu_{-}$  من المفردات تنحصر بين  $\mu_{-}$   $\mu_{-}$  تقريبا .



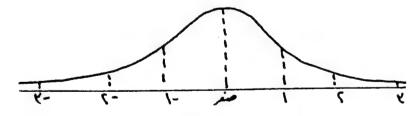
فإذا كانت هناك ظاهرة ما (نرمز لقيمها بالرمز س) تتبع توزيعا طبيعيا وسطه مع وانحرافه المعياري ح فإن دالة كثافته الاحتمالية هي:

$$c (w) = \frac{1}{\sqrt{V - V}} = \frac{V_{(w - w)}}{\sqrt{V - V}} = \frac{1}{4 \cdot a} = \frac{1}{4 \cdot a}$$

ويمكن حساب احتمال وقوع س في أي مدى نريده وذلك بإيجاد قيمة تكامل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع في هذا المدى، أي إيجاد المساحة المحصورة بين منحنى هذه الدالة داخل هذا المدى. ولتسهيل حساب مثل هذه الاحتمالات لابد أن نتعرض للتوزيع الطبيعي القياسي.

## (٣-٦) - التوزيع الطبيعي القياسي:

هذا التوزيع له نفس خصائص أي توزيع طبيعي إلا أن وسطه  $\mu$  = صفر وانحرافه المعياري - ۱ = -



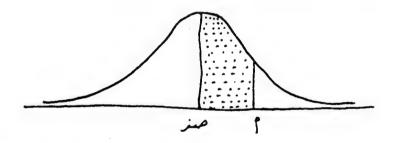
فإذا كانت ص ترمز لقيم متغيريتبع التوزيع الطبيعي القياسي: فإن دالة كثافته الاحتمالية تكون:

ويمكن اثبات أن :

$$1 = \omega \quad = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \quad = \omega \quad = \frac{\sqrt{\gamma}}{\gamma} \quad = \omega \quad = 1$$

وعمليا فإن الغالبية العظمى لقيم ص تقع بين ٣-، + ٣ أو بمعنى آخر فإنه نادرا ما نجد قيمة للمتغير ص تقع خارج هذا المدى. ويمكن حساب احتمال وقوع ص في أي مدى نريده وذلك بإيجاد قيمة تكامل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع في هذا المدى، أي إيجاد المساحة المحصورة بين منحنى هذه الدالة داخل هذا المدى.

وهناك جداول تعطى احتمالات وقوع المتغير ص في مدى معين. فمثلا يمكن بواسطة هذه الجداول حساب احتمال وقوع ص بين ١، ٢ وتكتب ح (ا**﴿من﴿٢**). والجدول الآتي يعطي احتمالات وقوع ص بين صفر وأي قيمة أخرى أأي يعطي ح (ا**﴿من﴿١**).



فإذا رسمنا منحنى متماثلا وسطه صفر وأخذنا نقطة أعلى المحور الأفقي فيكون ح (٠﴿ حودً ) هي المساحة (الاحتمال) من الجدول بعد معرفة قيمة أ.

و يلاحظ أن الجدول يعطي المساحة بين نقطة الأصل وقيم أ الموجبة ، كما نجد أن أ تبدأ من القيمة صفر وتزداد بمقدار ٢٠١ حتى تصل إلى ٣٠٠٣ وهى أعلى قيمة يأخذها المتغير ص. ونظرا لأن المنحنى متماثل تماما حول المستقيم المار بنقطة الأصل (وسط التوزيع عمر = صفر) فيمكن استخدام الجدول لإيجاد المساحة المحصورة بين صفر وقيم أ السالبة كما يتضح من الأمثلة الآتية:

## جدول التوزيع الطبيعي القياســــي

۹۰ر	۸۰ر	۲۰۷	۲۰ر	ه٠ر	}•ر	۰۳	۲۰ر	۱۰ر۰	مفر	ص
۹ه۳۰ر	۳۱۹در	۲۷۹۰ر	۲۲۹۰ر	١٩٩٠ر	۱٦٠ر٠	۰۱۲۰ر	۰۰۸۰ر	۰۰۰٤۰	صفر	صفر
۰۷۵۳	٤٧١٤ر	۰۲۲۰ ر	۲۳۲۰ر	۹۲ و در	۲۵۵۰ر	۱۲ه۰ر	۸۷٤۰ر	۰٤۳۸	۰۳۹۸	ار ٠
١١٤١ر	۱۱۰۳ر	١٠٦٤	١٠٢٦ر	۹۸۷ -ر	٨٤٩ - ر	۰۹۱۰ر	۰۸۷۱	۰۸۲۲	۰۷۹۳ر	۲ر.
۱۹۱۷	۱٤۸۰ر	١٤٤٣ر	١٤٠٦ر	۱۳٦۸ر	۱۳۳۱ر	۱۲۹۳ر	١٢٥٥ر	۱۲۱۷	۱۱۲۹ر	۳ر٠
۱۸۲۹ر	۱۸٤٤ر	۱۸۰۸ر	۱۷۷۲ر	۱۷۳٦ر	۱۷۰۰ر	١٦٦٤ر	۱۲۲۸ ار	۱۹۹۱ر	١٥٥٤ر	٤ر٠
۲۲۲٤ر	۲۱۹۰ر	۲۱۵۷ر	۲۱۲۲ر	۲۰۸۸	7٠٥٤ر	۲۰۱۹ر	۱۹۸۵ ار	۱۹۵۰ر	۱۹۱۵ر	ەر ٠
7089	۲۵۱۷ر	٢٨٤٢ر	<b>۲٤٥٤</b> ر	۲٤۲۲ر	۲۳۸۱ر	۲۳۵۷ر	۲۳۲٤ر	۲۲۹۱ر	۲۲۵۷ر	٦٠٠
۲۵۸۲ر	۲۸۲۳	۲۷۹٤ر	۲۷٦٤ر	۲۷۳٤ر	۲۷۰٤ر	۲٦٧٣ر	١٦٤٢ر	۱۱۲۲ر	۰۸۰۲ر	۷ر۰
۲۱۲۳ر	۳۱۰٦ر	۳۰۷۸ر	۳۰۵۱ر	۳۰۲۳ر	7990ر	۲۹۷٦ر	۲۹۳۹ر	۲۹۱۰ر	۲۸۸۱ر	٨ر٠
۳۳۸۹ر	۳۳٦٥ر	۳۳٤٠ر	٥٣١١ر	۳۲۸۹ر	3777د	۲۲۳۸ر	۳۲۱۲ر	۳۱۸٦ر	۳۱۵۹ر	ا ٩ر٠
۳٦٢١ر	۳۵۹۹ر	۳۵۷۷ر	8001ر	٣٥٣١ر	۸۰۰۳ر	٥٨٤٣ر	7571ر	۸۳۶۳ر	٣٤١٣ر	۱٫۰
	,									
۳۸۳۰	۳۸۱۰ر	۳۷۹۰ر	۳۷۷۰ر	۳۷٤٩ر	۳۷۲۹ر	۲۷۰۸	۲۸۲۳ر	۳۱٦٥ر	۳٦٤٣ر	ارا
1010ر	۳۹۹۷ر	۳۹۸۰ر	۳۹٦٢ر	۳۹٤٤ر	۳۹۲٥ر	۲۹۰۷ر	۳۸۸۸	۳۸٦٩ر	<b>۳۸٤٩</b> ر	۲را
٤١٧٧ر	٤١٦٢ کار	٤١٤٧ر	1813ر	٤١١٥ر	8٠٩٩ر	۶۸۰۹ر	٤٠٦٦ر	٤٠٤٩ر	٤٠٣٢ر	٦٦١
٤٣١٩ر	٤٣٠٦ر	٤٢٩٢ر	٤٢٧٩ر	٥٢٦٥ر	1673ر	٤٣٣٦ر	٤٢٢٢ر	٤٢٠٧ر	1913ر	٤ر١
٤٤٤١ر	٤٤٢٩ر	٤٤١٨ع	٢٠٤٤ر	٤٣٩٤ر	٤٣٨٢ر	٤٣٧٠ر	۲۵۲عر	٥٤٣٤ر	٤٣٣٢ر	ەر 1
ه٤٥٤ر ا	٥٣٥٤ر	٥٢٥٤ر	103ر	ه۰۰۱ر	ه۱۹۹ر	٤٨٤٤ر	٤٤٧٤ر	۶٤٦٣ ا	<b>٢٥٤٤ر</b>	זכו
٤٦٣٣ر	٥٢٢عر	٤٦١٦ر	٤٦٠٨	۹۹ه٤ر	1903ر	۶۵۸۲	٤٥٧٣	3٢٥٤ر	<b>}٥٥</b> ٤ر	۲۷۱
٤٧٠٦ر	٤٦٩٩ر	279۳عر	۲۸۲3ر	۸۲۲٤ر	٤٦٧١ر	٤٦٦٤ر	2013ر	٤٦٤٩ر	1373ر	۸ر۱
٤٧٧٦ر	۱۲۷۹ر	۲۵۷٤ر	٤٧٥٠	\$\$٢٤ر	٤٧٣٨.	٤٧٣٢ر	٤٧٢٦ر	٤٧١٩ر	٤٧٣١ر	ادا
٤٨١٧ر	٤٨١٢ر	٤٨٠٨ر	٤٨٠٣ر	٤٧٩٨ر	٤٧٩٣ر	AAY3c	٤٧٨٣ر	٤٧٧٨	٤٧٧٢	٠,٢

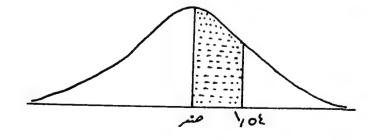
۹۰ر	۰۸	۰۷ر	۲۰۰	٥٠ر	٤٠ر	۰۲ر	۰۲	۱۰ر۰	منـر	ص
۲۵۸٤ر ا	3043C	۰۵۸٤ر	۲٤۸٤٦ر	٤٨٤٢ر	۸۳۸٤ر	٤٨٣٤ر	۶۸۳۰	٤٨٢٦ر	٤٨٣١ر	ار۲
٤٨٩٠ ا	1881ر	٤٨٨٤ر	٤٨٨١ر	۸۷۸٤ر	٥٤٨٧ر	٤٨٧١ر	٤٨٦٨ر	٤٨٦٤ر	١٢٨٤ر	۲ر۲
٤٩١٦ر	٤٩١٠ر	٤٩١١ر	<b>١٩٠٩</b> ر	٤٩٠٦ر	3٠٩٤ر	٤٩٠١ر	٤٨٩٨	٤٨٩٦ر	٤٨٩٢ر	۳ر۲
٤٩٣٦ر	٤٩٣٤ر	٤٩٣٢ ر	٤٩٣١ر	٤٩٢٩ر	٤٩٢٧ر	٥٩٩٥ ر	٤٩٣٢ر	٤٩٢٠ر	٤٩١٨ر	٤ر٢
1093ر	۱۹۹۱ر	٤٩٤٩ر	٤٩٤٨ر	٤٩٤٦ر	ه۱۹۹ر	٤٩٤٣ر	٤٩٤١ر	۹٤٠ع	٤٩٣٨ر	٥ر٢
٤٩٦٤ر	<b>٩٦٣</b> د ا		40.51							
1	136111	<b>۶۹٦۲</b> د	٤٩٦١ر	٤٩٦٠	۹۵۹٤ر	۲۹۹۷ر	۲۹۶۱ر ا	٥٩٩٥ر	٤٩٥٢ر	<b>ارا</b>
٤٩٧٤ر	٤٩٧٣.	٤٩٧٢ ر	٤٩٧١ر	٤٩٧٠	٤٩٦٩ر	<b>١٩٦٨</b>	٤٩٦٧ ر	٤٩٦٦ر	٤٩٦٥ر	۷ر۲
٤٩٨١ر	۱۹۸۰	٤٩٧٩ر	٤٩٧٩ر	۸۹۹۸ عر	٤٩٧٧عر	۲۹۹۹ر	٤٩٧٦ر	٥٤٩٧	٤٩٧٤ر	۸ر۲
2898٦	۶۹۸٦ر	ه۹۹۹ر	ه۹۸۹ر	3893ر	٤٩٨٤ر	٤٩٨٣.	۹۸۲عر	۲۸۹۹ر	٤٩٨١.	٩٦٦
٤٩٩٠ر	٤٩٩٠ر	<b>۹۸۹</b> 3ر	۶۹۸۹ر	٤٩٨٩ر	۸۸۹3ر	. ۹۸۸ عر	۹۸۷عر	٤٩٨٧عر	٤٩٨٧عر	۰ر۳
										1

مثال (٩): إذا كان ص متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الطبيعي القياسي (٤٠ =٠٠ -١) فأوجد:

(c) 5 (-1 5 0 5 ATCI)

### الحل

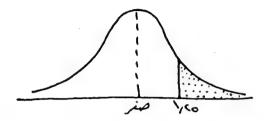
(أ) نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقطة ١٥٥٤ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب _ المساحة المظللة في الشكل.



ويمكن الحصول على هذه المساحة من الجدول مباشرة بالبحث عن القيمة التي تناظر ٥ر١ في العمود الأول وأسفل ٢٠٠٤

وعلى ذلك يكون ح ( ٠ ﴿ ص ﴿ ١٥٤١) = ١٣٨٢.

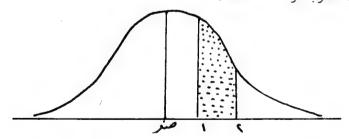
(ب) نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقطة ٢٦/٥ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب المساحة المظللة في الشكل.



ونلاحظ أن الجدول لا يعطى هذه المساحة مباشرة ولكن يمكن الحصول عليها بملاحظة الآتي:

والجدول يعطي قيمة ح (٠﴿ ص﴿ ٥٠، ١) مباشرة وبالتعويض بقيمتها نحصل على المطلوب، أي أن:

(ج) نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقط ، ٢ ، ١ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب هو المساحة المظللة .

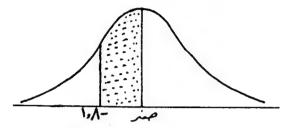


ولكن الجدول لا يعطي هذه المساحة مباشرة ، ولكن يمكن الحصول عليها بملاحظة الآتي :  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot \cdot \cdot \cdot ) = 7$  (  $( \cdot ) = 7$  (

#### = 7443c - 113Tc.

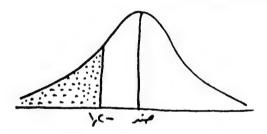
#### = POTIC.

(د) نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقطة ــ ١٥٨ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب ــ المساحة المظللة في الشكل.



ولكن الجدول لا يعطي المساحة للقيم السالبة للمتغير، ونظرا لتماثل المنحنى فإن ح (− ٨ر١ ﴿ ص ﴿ صفر) =ح (صفر ﴿ ص ﴿ ١٠٨) =١٦٤١عر٠ من الجدول مباشرة

(هـ) نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقطة ــ ١٦٢ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب ــ المساحة المظللة في الشكل

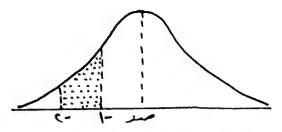


ولكن الجدول لا يعطي المساحة للقيم السالبة للمتغير، ونظرا لتماثل المنحني.

$$\sigma(\omega \leqslant -7c1) = \sigma(\omega \geq 7c1)$$

= ۱۹۱۱ر۰

(و) نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقط . ١ ، - ٢ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب _ المساحة المظللة في الشكل.



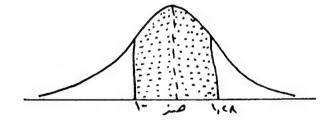
ولكن الجدول لا يعطى المساحة للقيم السالبة للمتغير، ونظرا لتماثل المنحني فإن

(1 > 0 ≥ ・) と −(7 ≥ 0 ≥ ・ ) と =

= ۲۷۷۲ر۰ - ۲۶۱۳ر۰

= ۱۳۵۹ر٠

(ز) (نرسم شكلا يوضح توزيعا طبيعيا متماثلا ونحدد النقط _ ١ ، ١٦٨٨ على المحور الأفقي فيكون الاحتمال المطلوب _ المساحة المظللة في الشكل .



وهذه المساحة تساوي ح ( - 1 ﴿ ص ﴿ صفر)+ ح( صفر ﴿ ص ﴿ ١٦٢٨) · = ح ( صفر ﴿ ص ﴿ ١) + ح ( صفر ﴿ ص ﴿ ١٦٢٨)

= ۱۱۶۳ر۰ + ۱۹۹۷ر۰

= ۲۱۱۰ر۰

# (٣-٧) _ حساب الاحتمالات في حالة التوزيع الطبيعي العادي:

$$\left(\frac{\gamma-\gamma}{\sigma} > \sigma > \frac{\gamma-1}{\sigma}\right) = c$$

والأمثلة الآتية توضح طريقة الحل:

مثال ( • 1 ) : إذا كان أطوال طلاب الجامعة يتبع توزيعا طبيعيا وسطه ١٦٨ سم وانحرافه المعياري ٦ سم . اخترنا عشوائيا أحد الطلبة ، ما احتمال أن يكون طوله :

- (أ) أكبر من ١٨٤ سم.
- (ب) أقل من ١٥٦ سم.
- (ج) ينحصربين ١٦٥، ١٧٤ سم.

الحل

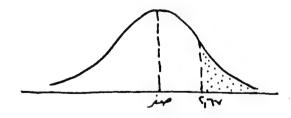
بفرض أن س ترمز لأطوال الطلاب

س تتبع توزيعا طبيعيا عاديا وسطه ١٦٨ سم وانحرافه المعياري ٦ سم

ن. ص تتبع توزيعا طبيعيا قياسيا:

(أ)ح(٤٤٠٠):

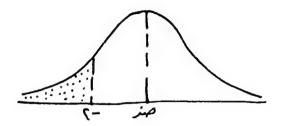
عندما س = ١٨٤ فان



وعلى ذلك:

**عندما س = ١٥٦ فان** 

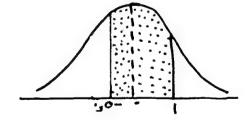
$$\gamma = \frac{101 - \lambda \Gamma}{\Gamma} = \frac{-71}{\Gamma} = -7$$



وعلى ذلك:

$$\omega = \frac{071 - \lambda 71}{\Gamma} = \frac{7}{\Gamma} = -0c^{\bullet}$$

$$0 = \frac{3 \times 1 - \lambda \Gamma \Gamma}{\Gamma} = \frac{\Gamma}{\Gamma} = 1$$



وعلى ذلك:

**مثال (۱۱):** إذا كان دخل ۸۰۰ أسرة في مدينة جدة يتبع توزيعا طبيعيا وسطه ۱۸۰۰ ريال وانحرافه المعياري ۳۰۰ ريال.

#### فأوحد:

- (أ) احتمال الحصول على دخل أكبر من ١٥٠٠ ريال.
- (ب) احتمال الحصول على دخل أكبر من ٢٤٠٠ ريال.
- (جـ) احتمال الحصول على دخل ينحصر بين ١٦٥٠، ٢٢٥٠ ريالا.
  - (د) احتمال الحصول على دخل يقل عن ١٢٠٠ ريال.
    - (هـ) عدد الأسر التي يزيد دخلها عن ١٥٠٠ ريال.

### الحل

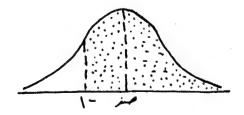
بفرض أن س ترمز لدخول الأسر.

س تتبع توزيعا طبيعيا عاديا وسطه ١٨٠٠ ريالا وانحرافه المعياري ٣٠٠ ريال .

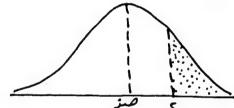
و بوضع ص _ س - ١٨٠٠ فإن ص تتبع توزيعا طبيعيا قياسيا .

عندما س = ١٥٠٠ فان

$$1 - = \frac{r \cdot \cdot -}{r \cdot \cdot} = \frac{1 \wedge \cdot \cdot - 1 \circ \cdot \cdot}{r \cdot \cdot} = \infty$$



$$\Upsilon = \frac{1 \wedge \cdots - \Upsilon \xi \cdots}{\Upsilon \cdots} = \infty$$

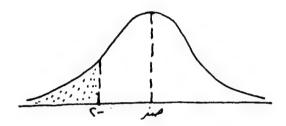


$$0 = \frac{10 \cdot -170}{7 \cdot \cdot} = \frac{10 \cdot -170}{7 \cdot \cdot} = -00$$

$$1_{0} = \frac{10 \cdot 1}{100} = \frac{10 \cdot 1}{100} = \frac{100}{100} =$$

عندما س = ۱۲۰۰ فان

$$r - = \frac{r \cdot \cdot}{r \cdot \cdot} = \frac{1 \cdot \cdot \cdot - 1 \cdot \cdot \cdot}{r \cdot \cdot} = \infty$$



= ٥ر٠ - ٢٧٧٤ر٠

= ۲۲۸ در٠

(هـ) عدد الأسرالتي يزيد دخلها عن ١٥٠٠ ريال:

لإيجاد عدد الأسر التي يزيد دخلها عن ١٥٠٠ ريال ، نوجد احتمال الحصول على دخل أكبر من ١٥٠٠ ريال ونضر به في عدد الأسر فنحصل على المطلوب .

من المطلوب (1)

.. عدد الأسر التي يزيد دخلها عن ١٥٠٠ ريال = ١٨٤١٣ر. × ٨٠٠

= ٤٠ر٦٧٣

= ٦٧٣ أسرة ٠

رابعاً : توزيع ت :

(٣_٨) _ مقدمة:

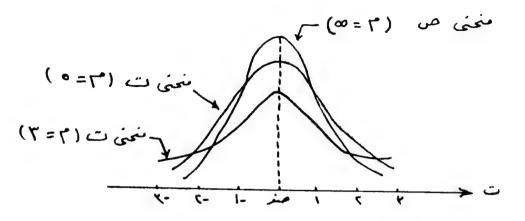
في الكثير من الدراسات الإحصائية وخاصة تلك المتعلقة بتحليل نتائج العينات الصغيرة تظهر الحاجة إلى استخدام توزيع احتمالي جديد يشبه في شكله إلى حد ما شكل التوزيع الطبيعي الفياسي (ص) وإن كان يختلف عنه كثيرا. هذا التوزيع الجديد يسمى توزيع «ت» وهو من التوزيعات الاحتمالية المهمة الكثيرة الاستعمال في الدراسات الاحصائية. و يرجع الفضل في اشتقاق هذا التوزيع إلى العالم الأيرلندي و. س. جوسيت (S. Gosset) الذي نشر بحثا في عام ١٩٠٨م اشتق فيه الدالة الاحتمالية لهذا التوزيع ونظرا لظروف خاصة لم ينشر البحث باسمه ولهذا تحايل على ذلك بنشره تحت اسم مستعار ورمز لهذا التوزيع بالرمز «ت — T».

وكما سبق أن ذكرنا أن منحنى توزيع «ت» مشابه إلى حد ما منحنى التوزيع الطبيعي القياسي «ص» فكلاهما متماثل حول الصفر أي أن لهما نفس المتوسط وهو صفر كما أن كلاهما له شكل ناقوس وكلاهما يأخذ قيما عددية تتراوح بين  $\infty$  ولكنهما يختلفان في بعض الخصائص فمثلا تباين التوزيع الطبيعي القياسي مقدار ثابت و يساوي الواحد الصحيح ، بينما توزيع (ت) نجد أن تباينه يساوي  $\frac{2}{2}$  حيث أن م مقدار ثابت يسمى درجات الحرية (وسوف نرى أن م  $\frac{2}{2}$  حيث أن م عندما نتكلم عن تحليل العينات الصغيرة في الباب السادس).

نلاحظ أن تباين توزيع (ت) دائما أكبر من الواحد الصحيح لأن البسط = م والمقام = م - ٢ فدائما البسط أكبر من المقام فلذا فان منحنى توزيع (ت) أكثر تشتتا من منحنى التوزيع الطبيعي القياسى حتى أنه القياسى و كلما كبرت م كلما اقترب منحى توزيع (ت) من المنحنى الطبيعي القياسى حتى أنه عندما تصبح «م» كبيرة جدا (أي تقترب من ص ) نجد أن منحنى (ت) ينطبق تماما على المنحنى القياسى .

مما سبق يتضح أن منحنى (ت) يتغير تبعا لتغير الثابت «م» المسمى بدرجات الحرية لهذا نجد أنه لكل قيمة من قيم «م» يوجد منحنى معين للمتغير (ت) وفي الشكل التالي نرسم عدة منحنيات للمتغير (ت) عندما م = ، م = ، م = أي م تؤول إلى بالمقارنة مع منحنى

المتغير الطبيعي القياسي «(ص» وسنكتفي في هذه المرحلة بتقديم شكل منحنى توزيع (ت) دون تقديم صيغته الرياضية نظرا لصعو بتها في هذه المرحلة من الدراسة.

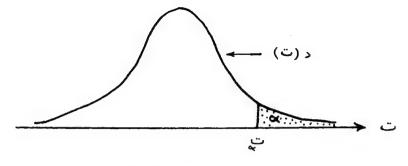


يتضع من الشكل السابق تماثل كل المنحنيات حول الصفر ولكن كلما كبرت «م» كلما زاد ارتفاع قمة المنحنى وأصبح أكثر تدببا أي أقل تشتتا، وفي النهاية عندما تصبح (م $\infty$ ) ينطبق المنحنى على منحنى التوزيع الطبيعي القياسي ( $\infty$ ).

## (٣-٩) _ استخدام جداول توزيع «ت»:

لحساب أي احتمالات حول المتغير ((ت) يلزمنا وجود جدول يبين المساحات المختلفة تحت منحنى الدالة الاحتمالية لهذا التوزيع د (ت) والمحصورة بين أي قيمتين من قيم المتغير ((ت) كما هو الحال في جداول التوزيع الطبيعي القياسي، ولكن كما نعلم فإنه لكل قيمة من قيم (م) يوجد منحنى للدالة د (ت). وهذا يعني أنه يلزمنا جدول خاص بكل قيمة من قيم (م) وهذه عملية صعبة طويلة وحيث أن الاستخدامات الإحصائية لتوزيع (ت) تعتمد على معرفة قيم المتغير (ت) التي تحصوعلى يمينها احتمالات معينة ثابتة فيمكن اعتبار (ت) أنها إحدى قيم المتغير (ت) التي تحصرعلى يمينها مساحة معينة قدرها ح فيكون المطلوب هومعرفة قيمة (ت) بحيث يكون:

احتمال أن المتغير العشوائي (ت) أكبر من القيمة (ت) يساوي 🗠 كما هومبين في الشكل الآتي:



وتصبح المسألة هي إيجاد قيم (ت) التي تحصر على يمينها مساحة معينة قدرها «  $\propto$  » و بهذه الطريقة يمكن عمل جدول واحد يعطي قيم (ت) التي تناظر الاحتمال «  $\propto$  » لدرجات الحرية المختلفة.

ولما كانت الاحتمالات الشائعة الاستخدام هي : -

ه در ۱ ، ۱ر ۱ ، ۱۵ ، عر ۱ ، عر ۱ ، ٠

لهذا فإن الجدول يعطي قيم (ت) التي تقابل هذه الاحتمالات لكل درجات الخرية م من ١ إلى ٢٩ وكذلك عندما م ١٠٠٠، ٢٠، ٢٠، ٢٠، ٥٠، ٥٠

و يوضح رأس الجدول قيم ( ) المختلفة كما يوضح العمود الأول درجات الحرية المختلفة أما عتو يات الجدول هي قيم ( ).

## جدول توزيع (ت)

	<u> </u>					<u> </u>			= 0<	
	٠٦٠٠	٠-١	ه٠٫٠	٥٢٠٠٠	١٠٠٠	ه٠٠٠٠	۰۰۰۲۰	٠٠٠١	ه ۱۰۰۰	
۳۲۵ر۰	۱۶۰۰۰	۸۷۰ر۳	۲۱۳۱۶	۲۰۷۰۲	۲۱۸۲۱	۷۵۲ر۲۳	۲۳ر۱۲۷	۱۱ر۲۱۸	187718	١
۹۸۲ر۰	۲۱۸ر۰	٦٨٨٦	۹۲۰ر۲	٣٠٣ر٤	۱۹۲۰	٥٢٩ر٩	۱٤٠٠٨٩	דדדכדד	۸۹۵ر۳۱	۲
۲۷۷ر۰	۰۷۲۰	۱٫۳۳۸	۳۵۳ر۲	۱۸۲ر۳	130ر3	۱۶۸ره	۳٥٤ر٧	۲۱۳ر۱۰	۱۲۶۹۲۶	٣
۲۷۱ر۰	<b>۱</b> ۲۴ ر ۰	۵۳۳ر ۱	۱۳۲ر۲	۲۷۷۲	۷٤٧ر٣	٤٠٢٠٤	۸۹۵ره	۲۷۱۷۴	۱۱۰ر۸	٤
۲٦٧ر٠	۲۲۷ر۰	۲۷٤ر۰	۰۱۰ر۲	۲۵۷۱	7,770	۴۶۰۳۲	۷۷۳ر ٤	۹۴۸ره	W11	۰
٥٢٦٠.	۷۱۸ر٠	١٥٤٠	۱۹۶۳	٤٤٧ر٣	۱۱۲۳ ار۳	۲۰۷۰۳	۴۱۷ر٤	۸۰۲ره	٩٥٩ره	٦
۲۲۳ر۰	۷۱۱ر -	١١٤٥	٥٩٨ر ١	77707	۸۹۹۷	899ر۳	97٠ر٤	٥٨٧ر ٤	۸-٤ره	٧
۲۲۲۰	۲۰۷ر،	۱۳۹۷	١٨٦٠	۲۶۳۰۲	7,9,7	٥٥٥ر٣	77127	٥٠١ر٤	13٠ره	٨
۲٦۱ر٠	۷۰۳ر۰	۲۸۳ر۱	۱۸۲۲	זוזעז	17147	۲۵۰ر۳	۱۹۰ر۳	۲۹۷ر٤	۲۸۱ر٤	٩.
۲٦٠ر٠	۰۰۷۰۰	۲۷۲را	۱۸۱۲	۸۲۲۷	۲۶۷۷۲	۱۲۹ر۳	۸۱۱مر۳	1116	٧٨٥ر٤	1.
۲٦٠ر٠	۲۹۲ر۰	۳۳۳را	۲۹۷۷۱	۲۰۲۰۱	۲۱۷۱۸	۲۰۱۰۳	۳٫۳۹۷	٥٢٠ر٤	٤٣٤ر٤	11
۹ه۲ر۰	۰۶۹۰ ر	۲۰۳ر۱	۲۸۷ر۱	۲۶۱۷۹	וגדעז	٥٥٠ر٣	۸۲۶ر۳	۳٫۹۳۰	۸۱۳ر٤	17
۹ه۲ر۰	٦٩٤ر ٠	۱۳۵۰	۱۷۷۱	۱٦١٦٢	۲۰۲۵۰	۲۶۰۱۲	۳۷۲۲	۲٥٨ر٣	1771	18
۸۵۲ر٠	۱۹۲ر۰	1 ۳٤٥	۱۲۷ر۱	10 ار۲	דפרכז	۲۷۹۷۲	דדדכד	۷۸۷ر۳	1) ار)	18
۸۵۲ر۰	۱۹۱ر۰	1371ر ا	۲۰۷۳ ا	۱۳۱ر۲	۲۰۲۰۲	۲۶۹۲۲	۲۸۲۲	۲۷۲۲	۲۷۰ر٤	10
۸۵۲ر۰	۰۹۶ر۰	۱٫۳۳۷	۲۶۷۷۱	۱۲۰ر۲	۵۸۰۲	۱۲۹۲۱	70707	7A7C7	1٠١٥ع	17
۲۵۲ر۰	۹۸۶ر ۰	۳۳۳را	۱۷٤۰	۱۱۱۰ر۲	٧٢٥٦٢	۸۹۸ر۲	۲۲۲۲	۲۶۲۷۳	7,970	14
۷۵۲ر۰	۸۸۶ر۰	۱۶۳۰	٤٣٤ر ١	۱۰۱ر۲	۲٥٥ر۲	۸۷۸۷۲	1917ء	7717	۳۶۹۲۲	14
۷۵۴ر۰	۸۸۶۰۰	۲۲۸را	۲۲۹را	۲۰۹۳	۲۵۳۹ر۲	ודגנז	۱۷۱ر۳	۹۷٥ر۳	۳۸۸۲۳	19

### بقية جدول توزيع (ت)

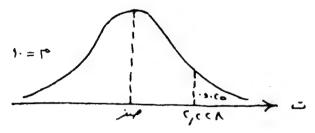
<b>ئر</b> ٠	۵۲ر.	ار.	ه٠ر٠	۲۰۲۰	١٠ر٠	ه٠٠٠٠	٥٢٠٠٠	۰۰۰۱	اکت = ه⊷ر،	٩
۲۵۷ر٠	۲۸۲ر۰	٥٣٢٥را	٥٢٢را	۲۸۰۷۲	۲۸ مر ۲	ه ۱۸ ۸ ۲	۵۳ ار۳	۲۵۵ر۲	۰۵۸ر۳	٧.
۲۵۲ر۰	۲۸۲ر۰	۲۲۲را	۱۲۲۱	۰۸۰ر۲	۸۱۵۲۲	۲۸۳۱	۱۳۰۰	۲۲۵ر۳	۹۱۸ر۳	۲1
۲۵۲ر.	٠,٦٨٦	۱۳۲۱را	۱۷۱۷	٧٤-ر٢	۸۰۵۰۲	۱۱۸۷۲	۳۱۱۹	٥٠٥ر٣	۲۹۷ر۳	77
۲۵۲ر۰	٥٨٦ر٠	۳۱۹را	۱۷۱٤	7،۲۹	۰۰۰مر۲	۲۰۸۰۷	۱۰۱ر۳	۵۸٤ر۳	۲۶۷۷۳	**
۲۵۲ر.	۵۸۶ر۰	۳۱۸را	۱۱۷۱۱	٢٠٦٤	۲۶۹۲	۲۶۷۲۲	۳۶۰۹۱	۲۶٤٦۷	ه ۷٤ کر ۳	37
۲۵۲ر۰	3۸۲ر،	۲۱٦دا	۸۰۷ر۱	۲۶۰۲۰	۵۸٤ر۲	۲۸۷۷	۳۶۰۷۸	-ه٤ر٣	۵۲۷ر۳	70
۲۵۲ر۰	٤٨٦ر٠	١٦٢١٥	۲۰۷۰۱	٨٥٠ر٢	<b>۲۷۹ر۲</b>	۲۷۷۹	۲۶۰۲۷	٥٣٤ر٣	۳٫۷۰۷	*1
۲۵۲ر۰	عدد ا	١٦٣١٤	۱۷۰۳	۲۵۰۲۲	۲۷۶۷۳	7747	۲۵۰۷۲	77871	٠٩٠ر٣	TY
۲۵۲ر۰	۳۸۶ د ۰	۱۳۱۳	۲۰۷۰۱	٨٤٠٠٢	۲۶۹۷	۲۶۷۲۳	۲۶۰٤۲	۸۰٤ر۳	37727	۲۸
707c.	۳۸۶ر۰	۳۱۱را	1799	٥٤٠ر٢	77307	FOYCE	<b>۲۶۰۲۸</b>	۲۹۲ر۳	۲۶۵۹ر۳	44
٢٥٦ر.	۳۸۶ر۰	۱٫۳۱۰	۱۶۹۷	۲3۰٤۲	۲٥٤ر۲	۲۵۷۵۰	۳۶۰۳۰	۵۸۳۷	דשוניו	۳۰
٥٥٥ر.	۱۸۱ر۰	۱۶۳۳	38561	۲۶۰۲۱	۲۶۲۳ر۲ ۲	۲۰۷۰٤	17921	۳٫۳۰۷	۱۵۵ر۳	٤٠
307ر٠	۱۷۲۰	۲۹۲را	۱۲۲۱را	۲٫۰۰۰	۲۶۳۰	1517ء	۱۹۱۰ر۲	77777	۲۶٤٦٠	٦٠
\$67ر٠	۲۷۲۰	۱۶۸۹	۸۵۶ر۱	۱٫۹۸۰	۸۵۳ر۲	۲۱۲ر۲	٠٢٨٦٠	۱٦٠ر۲	דץדעד	17.
۲۰۲۰۰	3٧٢ر٠	۲۸۲ر۱	ه ۱۵ د ۱	١٦٩٦٠	דזייני	۲۷٥۷٦	۲۰۸۲۲	۳۶۰۹۰	7791	æ

فيما يلي نعطي بعض الأمثلة التي توضح كيفية استخدام الجدول:

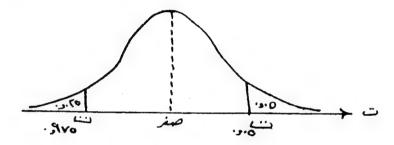
## مثال (١٢): أوجدما يلي:

١ ــ بالبحث في جدول ت عند درجات الخرية م = ١٠ وأسفل الاحتمال ١٠٠٥ و نجد أن قيمة ت من الجدول هي ٢٥٢٨ وعلى هذا نجد أن:

## ت = ت - ۲۲۲۷



٢ ــ برسم د (ت) وتحديد النقطتين ٥٠٥٠ ، ٥٠٠٠ لتحديد المساحة المطلوبة.



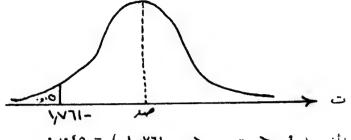
من الرسم يتضح أن المساحة يسار النقطة  $^{\circ}$  و  $^{\circ}$  و المساحة يمين النقطة  $^{\circ}$  و  $^{\circ}$  و المساحة المحصورة بينهما هي باقي المساحة الكلية أي تساوي:  $^{\circ}$  و  $^{\circ$ 

# ن ج ( ته۱۹ر. ﴿ ت ﴿ ت.ر.) = ۱۹۲۰٠٠

وهذه صحيحة لجميع درجات الحرية.

٣_ بالبحث داخل جدول ت عن القيمة ١٧٦١ أمام درجات الحرية م ١٤ نجد هذا الرقم أسفل الاحتمال عدد عنه الرقم أسفل

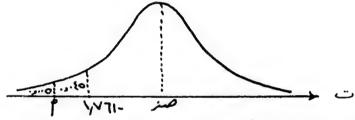
### ∴ ح (ت > ۱۲۷د۱) = ٥٠٠٠٠



ويماأن ح ( 1 ﴿ ت ﴿ - ١٢٧١١ ) = ١٠٤٥٠

إذن قيمة أتقع على يسار النقطة (_ ٧٦١ر١) والمساحة بينهما ٤٠٠٠٠ ولكن المساحة يسار النقطة (_ ٧٦١ر١) تساوى ٥٠٠٠

إذن المساحة يسار النقطة أتساوي ٥٠ر٠ _ ٥٤٠ر٠ = ٥٠٠ر٠ و يتضح ذلك من الرسم التالي:



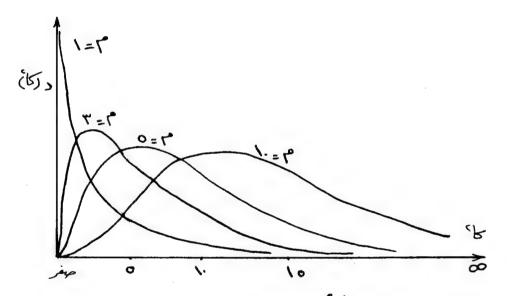
من التماثل توجد نقطة تناظر أتماما ولكن في الجانب الموجب من محورت وتكون المساحة يمين هذه النقطة تساوي ٥٠٠٠٠ وهذه النقطة تساوي أفي القيمة العددية وتختلف عنها في الإشارة و بالبحث في جدول ت أمام درجات الحرية م = ١٤ وأسفل الاحتمال ع = ١٠٠٠٠ ونجد أن هذه النقطة مي ٢٠٩٧٧ وبما أن هذه النقطة تساوي أعدديا وتختلف عنها في الإشارة فتكون قيمة أ = ٨٠٩٧٧.

إذن ح ( _ ١٩٧٧ ﴿ ت ﴿ _ ١٢٧١ ) = ١٠٠٠٠

خامسا : توزيع كا :

(۳_۱)_مقدمة:

يعتبر التوزيع الذي نحن بصدد دراسته الآن والذي نرمز له بالرمز كا من التوزيعات الاحتمالية المهمة التي نحتاج إليها في الكثير من الدراسات الإحصائية، ولن نتناول بالدراسة الصيغة الرياضية لهذا التوزيع د (كا ) ولكن سنكتفي بفهم طبيعة وشكل هذا التوزيع وذلك برسم المنحنى الذي يمثله وكذلك سنوضح كيفية حساب الاحتمالات أي استخراج المساحات أسفل منحنى هذا التوزيع وذلك باستخدام جدول رياضى خاص يسمى بجدول كا .



(٣-١١) _ جدول توزيع كام واستخدامه:

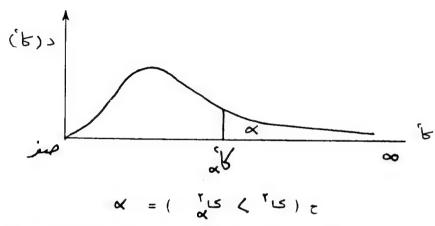
لقد أمكن عمل جدول يوضح قيم كا المختلفة ولدرجات الحرية ابتداء من م = ١ حتى م = ٢ و كذلك عندما م = ١٠٠، ٥٠، ٥٠، ٥٠، ٥٠، ١٠٠. و يوضح رأس الجدول قيم ( $\sim$ ) المختلفة وهى تمثل الاحتمالات الشائعة الاستخدام في توزيع كا وهى الاحتمالات التالية:

 $= (1 \cdot 1, 0 \cdot 1) \cdot (1 \cdot$ 

والاحتمالات 🗙 التي يوضحها الجدول هي المساحات أسفل منحني الدالة د (كا٢)وحيث أن٠

الاستخدامات الإحصائية لتوزيع كا تعتمد على معرفة قيم «كاً» التي تحصر على يمينها احتمالات معينة قدرها على أي فيكون المطلوب هومعرفة قيمة «كا "» التي تحقق الاحتمال التالي:

ويمكن تمثيل المساحة المناظرة لهذا الاحتمال على منحني كالم كما في الشكل التالي:



وفيما يلي نقدم جدول توزيع كا ٢:

# جدول توزيع كا٢

۲۵۰ر۰	۱۰۰ر۰	۰۰۰۰	۵۲۰ر۰	٠١٠ر٠	٥٠٠٠٠	١٠٠٠٠	م/ د
١٦٣٢٣٠	٤٥٥٠٧ر ۲	٣١٤١٤٦ر٣	۲۳۸۹۰ره	٦٦٣٤٩٠ر٢	¥\$٩٧٨ر ٧	۸۲۸ر۱۰	١
۹۵۲۷۷۲	۱۲ه۱۰ر٤	۹۹۱٤۷ره	۲۳۷۷۹۱	۲۱۰۳٤ر۹	۹۹۹۹۰	١٣٨١٦	۲
۱۶٬۱۰۸۳۰	7،1617	۷۶۸۱ ٤٧٣	+٤٨٤٣ر ٩	۳٤٤٩٠ر١١	۱۲۸۳۸۱۰	17,577	۲
۲۲۰۸۳ره	۶۶ <b>۲۷</b> ۹ د ۷	۶۸۷۷۳ر ۹	۱۱۱۱٤۳۳۰	۲۲۷۲۷۳۰ ر۱۴	۱٤ع۲۰۲۰ر	۲۸۶٤٦۷	٤
7)1707A	<b>७,</b> ११२१०	۹۱۰٬۷۰۰	١٣٨٤٢١	۸۲۳-ره۱	175847	٥١٥ر٢٠	٥
۲۸۰۶۸۰	٦٤٤٦ر ١٠	٦١٩٥ر١٢	1838198	17,4119	۲۷۶٥ر۲۸	۸۵۶ر۲۲	٦
٥١٢٧١٠ر ٩	۱۲۰۱۷۰	170-781	۱۳۵۰۱۲۸	٤٧٥٣ر ٨١	۰ ۲۷۷۷ر ۲۰	۲۲۲ر۲۶	٧
۱۰۶۱۸۸	۱۳۶۲۱۱	۲۴۰۵ره۱	۲۶۳۵ر۱۷	۲۰۹۰۲	۰۵۰۹ر ۲۱	17110	٨
۲۸۸۷ر۱۱	۲۲۸۲۷	17919.	10.774	ידדעוז	۲۴۸۵۲۲	۲۷۸۷۷	1
۱۲۵۵۵۸۹	۱۹۸۷۱ره۱	۳۰۷۰ر ۱۸	۲۰۶۸۳۱	۲۳٫۲۰۹۳	۲۸۸۱ره۲	۸۸۵ر۲۹	1.
۱۳۶۷۰۷	۱۷۵۲ر۱۱	197701	۹۲۰۰ر۲۱	۲۶۷۲۵۰	17.V079	717718	11
1834681	٤٩٤٥ر ١٨	۲۱۱۰۲۲۱	דדדעדד	177170	۹۹۹۰ د ۲۸	۹۰۹ر۳۳	17
۹۸۳۹ره۱	۱۹۸۱۱۹	וזרדעזז	۲۵۶۷ر۶۶	۳۸۸۲ ۲۷	39114.07	٨٢٥ر٤٣	17
۱۷۰۱۱۷۰	71،72۲	٨٤٨٦ر٣٢	۱۱۹۰ر۲	1131ر79	۳۱۶۱۹۳	77)177	18
1037681	۲۲۰۷۲	۸۰۹۹ر۲۶	388642	۲۰٫۵۷۷۹	۲۲۰۸۰۱۳	۲۲٫۲۹۷	10
۸۸۲۳ ۲۹	٤١٨ه و٢٣	7737977	3038047	9999ر ۲۱	7777	۲۹ر۲۹	17
۲۰۶۸۸۷	۲۶۷۲۹۰ ر	۸۷۱هر۲۷	۱۹۱۰ر۳۰	۲۳۶٤۰۸۷	٥٨١٧ر ٢٥	۲۰۷۹۰	۱۷
71-17	3PAPC 07	۲۶۲۸۷۸۲	3770ر ۳۱	70-AC37	350 ار ۲۷	۲۱۳۷۲	14
XY 1 Y C T Y	77.77	10 ار ۳۰	۲۲۰۸۰۲۳	۱۹۰۸ر۲۶	77A0CA7	۲۰۸۲۰	19

# تابع جدول توزيع كا٢

ه۹۹ر٠	۰۹۹۰	۹۷۰ ۰	۰۹۵۰	۹۰۰ر،	۰۵۷ر۰	۰۰۵۰۰	3
	9	9×9^1-19	3177P71×-1^	A - PV0 /	۱۰۱۵۳۰۸ر۰۰	۹۳۷ه ار ۱۰	
3.4464×1.1	۸۸۰۷۰۱×۱۳۰ ۲۰۱۰۰۷	۱۰۲۸۴۰۱۹ ۲۵۶۲۰۵۰	۱۰۲۸۱۲۱۱۲ ک	۲۱۰۷۲۰	۲۳۱۵۲۵۱	דדגדעו	7
۱۹۲۰۰۲۶۱ر				۵۸٤۳۷۵ر٠	۲۱۲۵۳۴ر ا	۲۶۹۲۳۷۲	"
۲۱۲۷۱۲۰	۱۱٤۸۳۲ر۰	۲۱۵۷۹۰ر .	۱۱۸۶۲ مار ۰				1
۲۰۶۹۹۰ر۰	۲۹۷۱۱۰ر۰	۱۹۱۹۶۸۹ر۰	۲۱۰۷۲۱ر۰	۱۵۰٦٣٦٢٣	٥٥٢٢٩را	۲۶۵۹۷۰ و	٤
٤١١٧٤٠.	۴۰۰ مار ۰	۸۳۱۲۱۱ر۰	١٧٤٥٤٧٦ ار ١	۱۳۰۱۱ر۲	۱۶۶۲۰ر۲	<b>١١٥٦٤٦</b>	۰
۲۲۲۵۲۲۷	۵۸۲۲۸ر -	۲۳۲۳٤۷	97077ر1	۲۰۶۱۳	۳٫٤٥٤٦٠	۳٤٨١٢ره	1
۵۶۲۹۸۹۷۰	۲۳۹۰٤۳	YAPAFCI	۱۲۲۲۰ر۲	۱۱۳۳۸ر۲	٥٨٤٥٢ر٤	الموعاتان ا	٧
۳٤٤٤١٩ ا	אפרפרט ו	۲٫۱۷۹۷۳	٤٢٢٦٤ر٢	3-094327	۲۰۷۰ره	۲۱۶۶۳۷	٨
۲۲۴۹۲۲ر ۱	7-844-67	۲٫۷۰۰۳۹	۳٫۳۲٥۱۱	٦١٨١٦ر٤	۳۸۸۹۸ره	۳۸۲۶۳ر۸	1
٥٨٥٥ ار۲	۱۲۸۵۵۲۲	7973707	۹۶۰۳۰ر۳	107AC3	77446	۲۸۱۶۳۵۴	١,٠
777.771	۳۶۰۰۳٤۷	٥٧٥ المر٣	۲۸۱۷۵ر٤	۹۷۷۷٥ره	۲۱۱۸۵۷۲	٣٤١٠ر ١٠	11
۲۶۰۷۲۸۲	۲۰۰۷۰۰۳	۴۷۳۰3ر3	۲۲٦۰۳ره	7,70740	۲۵۸۳۵ ر۸	٣٤٠٣ر ١١	17
۳۰۵۲۵۰۳	1971ر3	٤٧٨٠٠ره	٦٨٩١٨٦	٧٥٠٤١٥٠	۲۹۹۰۱ر و	177744	17
٨٢٤٧٠ر٤	۲۶۰۶۳ر٤	۲۷۸۲۶ره	۲۰۹۲مر۲	۳۰۹۸۷۷	۱۰٫۱٦٥۴ ر۱۰	۲۳۹۳ر۱۱	12
						۱٤٦٢٨٩	10
١٠٠٩٤ ع	٥٦٩٢٩رم	זוזוזער	۲۶۰۹۴ر۷	٥٤٦٤٥ر٨	٥٣٦٠راا		13
1173 اره	۱۲۲۱۸ره	۱۶۹۰۲۱ر۲	۹۱۱۹٤ر۷	۳۱۲۲۳ر۹	9177ر ۱۱	۱۵٫۳۲۸۵	
37497ره	<b>٦</b> ,٤٠٧٧٦	۸۱۱۲۵ر۷	۲۷۱۷۲ر۸	۲۰۸۰۲ ا	177919	۲۲۸۱ر۲۱	17
IABETICE	١٤٩١-ر٧	۵۷۰۳۰ د ۸	۳۹۰٤٦ر	10.0129	۲۰۷۲ر۱۱	7۲۲۷۹ د ۱۷	1.4
UAET9A	אזזזזכץ	۵۵۲۰۹ر۸	۱۰٫۱۱۲۰	١٩٠٥ر ١١	۱٤٥٦٢٠	۱۸۶۳۲۹	11

# تابع جدول توزيع كا٢

۲۵۰ر۰	۱۰۰۱ر۰	۰۵۰۰	۰۲۰۰۰	۰٬۰۱۰	ه٠٠٠٠	۲۰۰۱	4
۲۳۶۸۲۷۷	۲۸۶۱۲۰	١٠٤٤ ٣١	<b>۲۶۱ ار ۲۶</b>	۲۲۲۵ر۲۷	۸۶۹۹ر۳۹	٥١٥ر٥٤	۲٠
۸۶۳۶ر۶۲	1917(17	۵۷۲۰ر۲۳	۹۸۷۶ره۳	۲۸۶۹۲۲۱	٤١٠٤٠١٠	۲۹۷ر۲۶	71
173-198	۸۱۲۲ر۳۰	۹۲۶٤ر۲۳	۲۹۵۷۷	<b>۶۹۸۲ر۰</b> ۰۶	F0PVC73	۸۶۲ر۸۶	**
۱٤۱۳ر۲۷	۳۲۰۰٦۹	۱۷۲۰ره۳	۲۸۰۷۵۷	387713	۱۸۱۳ر۶۶	۸۲۷ر۹۶	77
TASTEIT	1771077	1013077	۲۹٫۳٦٤۱	۸۹۷۹ر۲۶	ەلمەەرە؛	۱۷۹راه	7.5
۹۸۳۳۵۹	۲۱۸۳ر۲۶	۵۲۵ <i>۲</i> ۷۷	ە137ر.٠3	٣١٤١ر٤٤	۸۷۲۹ر۲3	۰۲۶ر۲۵	To
ه٤٣٤ر٣٠	٦٣١٥ و ٣٥	7088687	٩٢٣٢د	۲۱۱۲ره٤	<b>۹</b> ۹۸۲ر۸3	۲۵۰ر٤٥	*1
۵۸۲۵ر ۳۱	TUYETT	۱۱۳۳ار۶۰	١٩٤٤ر٣٤	۶۳۶ور۲3	<b>٩٤٤٦ر</b> ٩٤	۲۷٤رهه	77
۰۰۲۲ر۲۳	٩٥١٩ر٣٧	۲۲۲۲ر ا	٦٠٧عر٤٤	۲۸۷۲ر۸۶	۹۹۳۳ر۰ه	۲۹۸۵۵	7.7
۲۳٫۷۱۰۹	۵۷۸۰ر۳۹	٢٩٥٥ر٢٤	۲۲۲۲ره٤	۹۷۸۵ر۹3	7077070	۳۰۳ر۸۵	79
۸۹۹۷	۲۰۵۱ر۶۰	۲۲۷۷ر۳۶	£7,979T	۲۲۹۸ر۵۰	۰۳۶۲ر۳۰	۲۰۳ر۹ه	۳۰
۱۱۲۰ره٤	۰۵۰۸ر۵۵	ە۸ە۲رەە	۳٤۱۷ره	۲۰۶۲۷۳	۲۹ر۲۶	۲۰۶ر۷۳	٤٠.
٥٦٦٣٣٦	۱۷۱ ار۱۲	۸۱۰۵۸ ۲۷	۲۱۶۲۰۲	۳۹ه ار ۲۷	۹۹۰۰ر۲۹	AUIII	٥٠
. 1709418	۳۹۷۰ر ۷۶	۲۹٫۰۸۱۹	۲۹۲۲ر۸۳	٤ ٢٧٩ ر ٨٨	۱۱۰۹۰۱۷	۷۰۲۰۷	٦٠
۲۲۷٥٫۷۷۲	۲۷۱هر۵۸	۲۱۲۵ر۹۰	۲۳۱۰ر۹۰	٤٢٥ر ١٠٠	۱۰۱ر۱۰۶	۲۱۱ر۲۱۲	٧.
۱۳۰۳ د ۸۸	۲۸۷۵ر۲۹	۱۰۱ ۸۷۹	۱۰۲ر۱۲۹	717ر111	1175711	۹۳۸ر۲۲	۸۰
۹۸۶۲۲۹۹	٥٥٥ر ١٠٧	110 ( 110	ודונגוו	١٢٤ر١١٦	۱۲۸٫۲۹۹	۲۰۸ر۱۳۷	۹.
1110111	۸۹۶ر۱۱۸	۲۶۳ ر۱۲۶	150ر19	۲۰۸۷	١٤٠ر١٦٩	۹٤٤ر۱	1

# تابع جدول توزيع كا٢

۹۹۰ر۰	۱۹۹۰	٥٧٩ر٠	۰۵۹۰۰	۰۰۹۰۰	۰۵۰ر۰	٠٠٥٠٠	4/
۲۸۲۳۶ر۷	۲۱۰٤۰ر۸	۹۸۰۲۹۵ر۹	۱۰۰۸ر۱۰	١٢٦٤٤٢٦	۱۵۱۸ه۱	٤٧٢٦ر ١٩	۲.
۲۶۳۳۹۱ر۸	۲۲۲۹۸ر۸	۱۰۶۲۸۲۹۳	۹۱۳هر۱۱	ا ۲۶۹۱ر۱۳	۲ <b>٤٤٤</b> ر ۲۱	۲۰٫۳۲۸۲	71
۲۷۲3۲ر۸	<b>۹</b> ۶۳٤٥ر ۹	۹۲۸۹ر ۱۰	۲۳۳۸۰	ه ٤١٠ر	۱۷٫۲۲۹٦ر۱۱	۲۱٫۲۳۷۰	77
۲۶۲۰٤۲	۱۰٫۱۹۵۲۷	۵۸۸۶ر ۱۱	١٢٦٠٩٠٥	١٤٧٩ ٨ ٤٧٩	۲۷۳ ار ۱۸	7777777	77
۲۲۲۸۸۷۴	3٢٥٨ر ١٠	۱۲۰۶۰۱۱	١٣ع٨٤٨٤	۷۸۵۲ر۵۱	۱۹۶۰۳۷۲	777777	71
۱۰۵۱۹۷	۲۱۰مر۱۱	۱۳٫۱۱۹۷	1117(11	٤٣٤ و١٦	۹۳۹۳ر ۱۹	۲۴۲٦٦ر۲۶	10
۱۱۱۲۱۲	۱۲٫۱۹۸۱	١٣٦٨٤٣٩	۲۲۷۹۱ره۱	۱۷۶۹۱۹	۲۰۶۸۲۳٤	۲۳۳۱٤ر ۲۵	77
١١٨٠٧٦	۲۸۷۸۷۱	۹۴۷۵ر۱۱	17/10/17	۱۱۳۸ر۸۱	71) 7898	דדדעד	77
173271	۸۶۲۵ر۱۲	۲۰۷۹ره۱	۱۳٫۹۲۷۹	۱۸۶۳۹۲	7408677	77772	YA.
١٢١١ر١٢	٥٢٥٦ر١٤	۱۲۶۰۷۲۱	۲۷۰۸۳	۲۹۷۷۷	۱۲۲۵ر۲۲	۲۲۳۳ر۸۲	79
1		_		1			
77.870	٥٣٥٩ر١٤	1779.4	۲۲۹۶ر۲۱	۲۰۶۹۹۲	۲۲۷۶ر۲۶	۳۹۰ر۲۹	۳۰
٥٢٠٧ر ٢٠	٦٤٦١ر٢٢	۲۴۱عر۲۶	۹۳۰۵ر۲۲	٥٠٥٠ر٢٩	۲۲٫٦٦٠۳	٤٥٣٦ر ٢٩	٤٠
۲۷٫۹۹۰۷	۲۹٫۷۰٦۷	۲۲۰۳c۲۳	۲۶٫۷٦٤۲	דגגרעץ	9871ع	٣٣٤٩ر ٩٤	٥٠
7370007	۸۶۸۶ر۳۷	٤٠١٤٨١٧	۹۷۸ ار۳۶	۹۸۰۱ر۲۶	۸۳۲۲ر۲۵	۲۳۴۷ر۹۵	٦.
۲۵۲۲ر۳۶	8133ر63	۲۷۵۷ر۸٤	۲۳۹۳راه	۳۲۹۰رهه	٦٩٨٣ر ٦١	337724	٧٠
۱۷۲۰راه	٤٠٠هر٥٥	۳۲ ۱ ر۷ ه	۳۰٫۳۹۱۵ و ۲۰	۲۲۷۲۸ ع۲	٥٤٤١ر ٧١	٣٩٦٣٤٣ ٧٩	٨٠
7791600	۱۱۵۴۱ر ۲۱	٦٥٤٦٦ر٥٦	۱۹۶۱۲۲۰	۲۹۱۲ر۲۳	۲۹۲۲ر۰۸	۲۶۲۳ر۹۸	4.
דייייטעד	٧٠٦٠٦٤٨	۲۲۱۹ر۲۲	ه ۹۲۹ و ۷۷	۸۲۵۳۵۲۸	۱۳۳۲ر۹۰	797721	1
<u></u>	<u> </u>		L				لـــا

فيما يلي بعض الأمثلة التي تبين كيفية استخدام جداول كاً .

مثال (١٣): إذا كان لدينا متغير عشوائي له توزيع كا ٢ فأوجد قيمة كا ٢ التي تجعل:

وذلك إذا كانت درجات الحرية كما يلي:

أولا: م = ٥

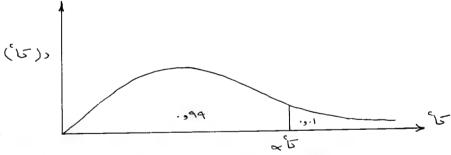
ثانیا: م =۱۰

الحل

أولا: إذا كانت م = ٥

قيمة كالم التي تحقق الاحتمال السابق هي كال. وهي تلك القيمة الموجودة في جدول كا^٢ عند تقاطع الصف م = ٥ مع العمود > = ٥٠ ر٠ و بقراءتها من الجدول نجد أن :

وذلك كما يتضح من الرسم التالي:



وعلى هذا فاً قيمة كالر التي تحقق الاحتمال السابق هي كالر وهي تلك القيمة الموجودة في جدول كا^٢ عند تقاطع الصف م = o مع العمود = ٠٠٠١ و بالتالي فهي کا = کا ،٠٠٠ = ١٠٠٨٠٠٠

ثانيا: إذا كأنتم = ١٥

مثل الحالة السابقة تماما ما عدا أن الصف الذي نبحث عنه في الجدول قد تغير فأصبح عند م =

١٥ بدلا من م ٥٥ و بهذا تكون:

1 - کیا = کیا گری از ایران کا الواقعة عند تقاطع الصف م = ۱۵ مع العمود کے = ۰۰۰۰ و تکون کیا = کیا <math>= 2

 $Y = \sum_{j=1}^{N} (1-j)^{N} = N^{N}$  هي قيمة كا الواقعة عند تقاطع الصف م  $N = N^{N}$  مع العمود  $N = N^{N}$  وتكون  $N = N^{N}$   $N = N^{N}$ 

### تمارين

- 1

إذا كان احتمال أن يفوز فريق كرة قدم في مباراة هو لله . فما هو احتمال أن يفوز هذا الفريق في على الأقل إذا لعب 7 مباريات؟

• في عائلة بها ٦ أطفال ، إذا كان احتمال ولادة مولود ذكر ٥٢ مر • ، فما هو احتمال وجود ولد واحد على الأقل في العائلة ؟

٣-

• في مصنع للمصابيح الكهر بائية ، تبين أن من بين كل ١٠٠٠ مصباح منتجة ١٠٠ مصباح غير صالحة للاستعمال . سحبت عشوائيا عينة من المصابيح مكونة من ١٠ مصابيح ، احسب الاحتمالات الآتية :

(أ) أن تكون جميع المصابيح المسحوبة صالحة للاستعمال.

(ب) أن تكون جميع المصابيح المسحوبة غير صالحة للاستعمال.

(ج) أن يكون من بين المصابيح المسحوبة مصباح واحد على الأقل صالح للاستعمال.

اشترى شخص صندوقا به ثلاث بطيخات. فإذا كان احتمال أن تكون أي منها تالفة هو ٣ر٠
 فاحسب احتمال أن تكون:

(أ)جميعها طيبة.

(ب) واحدة تالفة.

__ 0

· إذا كان متوسط عدد الحوادث اليومية على إحدى الطرق هو ٣ حوادث. فما احتمال وقوع ٤ حوادث في أحد الأيام؟

٦ ـــ

•إذا كان متوسط عدد الزلازل السنوية في إحدى الدول هو ١٠٥٨ احسب احتمال وقوع زلزالين في أحد السنين.

__٧

•إذا كان متوسط عدد الحرائق الشهرية في إحدى المدن الكبرى هو ٤ حرائق فما احتمال أن يقع في أحد الشهور:

(I) ثلاثة حرائق على الأكثر (II) ثلاثة حرائق على الأكثر

_ ^

إذا كان متوسط عدد الحوادث الأسبوعية على إحدى الطرق في مدينة ما هو ؛ حوادث ، فما احتمال وقوع:

(I) حادثتين على الأقل؟ (II) حادثتين على الأقل؟

(III) حادثتين على الأكثر؟

۹-

•إذا كان متوسط أطوال مجموعة كبيرة من الطلبة عند ١٦٠ سم وانحرافه المعياري ٥ سم. أوجد الاحتمالات الآتية:

- (أ) الحصول على طالب طوله أكبر من ١٧٥ سم.
- (ب) الحصول غلى طالب طوله أقل من ١٦٢ سم.
- (ج) الحصول على طالب طوله ينحصر بين ٥ر٧٥١ سم، ٥ر٧٦ سم.

_\.

تقدم ٣٠٠ شاب لإدارة التجنيد، فإذا كانت أطوالهم تتبع توزيعا طبيعيا وسطه = ١٧٠ سم وانحرافه المعياري = ٨ سم. أوجد عدد الأشخاص المقبولين للتجنيد إذا كان الحد الأدنى للطول المطلوب هو ١٥٦ سم.

۱۱ إذا كان دخل ۲۰۰ أسرة في مدينة ما يتبع توزيعا طبيعيا وسطه ٣٦٠٠ ريال وانحرافه
 المعياري ٢٠٠ ريال. فاوجد:

- (أ) احتمال الحصول على دخل أكبر من ٨٠٠ ريال.
- (ب) احتمال الحصول على دخل يقل عن ٥١٠٠ ريال.
  - (ج) عدد الأسر التي يقل دخلها عن ٢٤٠٠ ريال.

۱۲ إذا كان س متغيرا عشوائيا له توزيع «ت» بدرجات حرية م = 9 فأوجد قيم = 1 التي تحقق الاحتمالات الآتية:

١٤ ما هي قيم ت ١، ت ٢، التي تجعل ح (ت ﴿ ت ﴿ ت ﴾ = ٩٥٠ وذلك في الحالات الآتية:

أ _ عندما تكون درجات الحرية م = ٩

ب_عندما تكون درجات الحرية م =٢٠

جـ عندما تكون درجات الحرية م ٣٠٥

د_قارن بين الحالات السابقة مع القيم المماثلة في حالة التوزيع الطبيعي القياسي.

١٥ إذا كان س متغيرا عشوائيا له توزيع كا الله فأوجد قيم كا التي تحقق الاحتمالات الآتية:

$$1 - 5 ( w > 2 ) = 07 \cdot c \cdot$$
 $1 - 5 ( w < 2 ) = 07 \cdot c \cdot$ 
 $1 - 5 ( w < 2 ) = 099 \cdot c \cdot$ 
 $1 - 5 ( 2 ) < 2 \cdot c \cdot$ 
 $1 - 5 ( 2 ) < 2 \cdot c \cdot$ 

وذلك في ضوء الجدول المتاح لديك وفي الحالات التالية: أ _ عندما تكون درجات الحرية م =٦ ب _ عندما تكون درجات الحرية م =١٦ ج _ عندما تكون درجات الحرية م =٧٧ د _ عندما تكون درجات الحرية م =٣٠ الباب الرابع العينات



### العبنات

#### (٤_١)_مقدمة:

يعتبر أسلوب المعاينة من أهم الأساليب الإحصائية التي نستخدمها لدراسة مجموعة كبيرة من المفردات (تسمى مجتمع) بقصد التعرف على خواصها عن طريق دراسة مجموعة صغيرة من هذه المفردات (تسمى عينة). إن الصعوبات التي تصادف الباحثين عند دراسة جميع مفردات المجتمع (خاصة إذا كان هذا المجتمع كبيرا) تجعل الباحثين يلجأون عادة إلى اختيار مجموعة صغيرة (تسمى عينة) يتم اختيارها من المجتمع بطريقة معينة بحيث تكون هذه المجموعة صورة مصغرة للمجتمع بقدر الإمكان ثم يقومون بدراسة هذه العينة بدقة للتعرف على خواصها ومعرفة معالمها مثل الوسط الحسابي والوسيط وغير ذلك من المقاييس الإحصائية ثم يقومون بتعميم النتائج التي يحصلون عليها إلى المجتمع الأصلي للتعرف على خواصه ومعالمه وهذا هو الهدف الأساسي من الدراسة . و بالطبع لا يكون هذا التعميم من العينة إلى المجتمع له معنى أو قيمة علمية إلا إذا تم اختيار المفردات بطريقة نضمن بها أن تكون العينة ممثلة للمجتمع عثيلا صادقا ومثل هذه العينات يطلق عليها اسم العينات لعشوائية . ونلاحظ أنه عند دراسة خصائص المجتمعات يوجد أمامنا أسلو بان لجمع المعلومات

(أ) جمع البيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع وهذا يسمى بأسلوب الحصر الشامل.

(ب) نختار عينة من المجتمع ونحصل منها على المعلومات التي تلزمنا وندرس خصائصها
 ونعمم النتائج التي نحصل عليها على المجتمع الأصلي وهذا يسمى بأسلوب العينة.

ولا شك أن لكل من هذين الأسلوبين مزاياه وعيوبه فأسلوب الحصر الشامل يتطلب منا وفرة من الوقت والمال والمجهود الفني وتزداد هذه المتطلبات وتتضاعف كلما كبر حجم المجتمع. وبالإضافة إلى ذلك فقد رأينا في دراستنا لمبادىء الإحصاء عند حساب المقاييس الإحصائية المختلفة كيف أن العمل الحسابي يزداد مشقة كلما كبر عدد المفردات الداخلة في البخث. هذا غير ما يتطلبه الحصول على البيانات من وقت وجهد وتكاليف لهذا نجد أن الحصر الشامل لكل مفردات المجتمع قد يعرض البيانات للخطأ والإهمال سواء في عملية تصميم البحث أو أثناء جمع البيانات أثناء حساب المقاييس الإحصائية ولكن إذا توفر لنا المال اللازم لاستخدام جامعي البيانات المدربين والمشرفين الأكفاء على جامعي البيانات وتوفر كذلك الوقت والإمكانيات اللازمة لفحص كل مفردات المجتمع ولإجراء كافة العمليات الحسابية المطلوبة فإننا بلا شك نستطيع بالحصر

الشامل أن نحصل على صورة حقيقية عن المجتمع الذي ندرسه. ولكن في الواقع لا نستطيع دائما توفير كل هذه المقومات من مال و وقت و وسائل فنية وعادة ما نواجه بنقص فيها و بالتالي نتعرض للعديد من الأخطاء سواء في تصميم البحث أو في جمع البيانات أو في العمل الحسابي وهذه الأخطاء تسمى بأخطاء التحيز، وقد يتبادر للذهن أن الحصر الشامل يجنبنا الأخطاء لأننا نقوم بدراسة جميع مفردات المجتمع ولكننا وجدنا أن الحصر الشامل عرضة لخطأ التحيز الذي يزداد حجمه كلما ازداد الفرق بين الإمكانيات اللازمة والإمكانيات المتوفرة لدراسة المجتمع. ومن هنا ظهرت فكرة العينات وهي أننا نأخذ مجموعة صغيرة من مفردات المجتمع نختارها بطريقة عشوائية بحيث تكون هذه العينة صورة مصغرة للمجتمع وفي نفس الوقت يكون عدد مفرداتها صغيرا يمكن التحكم فيه ويمكن تدبير الوقت والمال والوسائل الفنية اللازمة لدراسته بحيث يمكن أن نحصر خطأ التحيز في أضيق الحدود. ومما لا شك فيه أن خطأ التحيز في دراسة العينة أقل بكثير منه في دراسة جميع مفردات المجتمع.

وليس معنى هذا أن تكون نتائج أسلوب العينة أفضل دائما من نتائج أسلوب الحصر الشامل فأسلوب العينة يكون عرضة لنوع آخر من الخطأ يسمى خطأ الصدفة وهوذلك الخطأ الناتج عن دراسة جزء من المجتمع (هى العينة) تدخلت عوامل الصدفة بصورة كبيرة في طريقة اختياره و بالتالي فإن الصدفة وحدها هى التي قد تجعل هذا الجزء ممثلا تمثيلا صادقا للمجتمع وهى التي قد تجعل هذا التمثيل غير صادق أو غير حقيقى. هذا ينعكس على تعميم النتائج من العينة إلى المجتمع.

معنى هذا أن الحصر الشامل يتعرض لنوع واحد من الخطأ. هو خطأ التحيز بينما تتعرض العينة لنوعين من الخطأ وهما خطأ الصدفة وخطأ التحيز. ولكن في كثير من الأحيان يمكن التحكم في خطأ التحيز الذي تتعرض له العينة بحيث يصبح مجموع خطأي الصدفة والتحيز في العينة أقل بكثير من خطأ التحيز الذي يتعرض له الحصر الشامل وهذا ما يدفعنا إلى استخدام العينات في العديد من الدراسات.

مثال ذلك إذا أردنا معرفة متوسط الأجر لعمال صناعة معينة مثل صناعة المنسوجات. فإن أسلوب الحصر الشامل يتطلب منا الحصول على معلومات عن كل عامل من عمال هذه الصناعة وهذا يتطلب وقتا وجهدا كبيرين وخاصة إذا كان عدد العمال في هذه الصناعة كبيرا أو كانت مصانع النسيج منتشرة في مناطق متفرقة متباعدة و يتحتم علينا في الحصر الشامل مقابلة كل عامل على حدة وسؤاله عن أجره وتسجيل ما نحصل عليه من بيانات ثم تجميع هذه البيانات وتحليلها لاستخلاص ما نريده من معلومات وحساب متوسط الأجر. في مثل هذه الحالات نجد أن أسلوب الحصر الشامل يكبدنا مشقة وتكاليف باهظة ويحتاج إلى وقت ومجهود كبيرين فضلا عن أننا قد نقع في خطأ التحيز عليه أننا لا نحصل على المتوسط الحقيقي للأجر بعد كل ما نواجهه من مشقة .

لهذا فإننا نلجأ إلى أسلوب العينة وذلك باختيار عينة عشوائية من عمال هذه الصناعة بحيث تكون ممثلة تمثيلا صادقا للمجتمع أو تعتبر صورة مصغرة. منه. ثم نقوم بسؤال كل عامل في هذه العينة وتسجيل البيانات التي نحصل عليها منه ثم نحسب متوسط الأجر في العينة فإذا وجدنا متوسط الأجر في العينة هو ثلاثة آلاف ريال في الشهر. وحيث أن العينة تعتبر صورة مصغرة للمجتمع فإنه يمكننا أن نستنتج أن متوسط الأجر بين كل عمال هذه الصناعة في حدود ثلاثة آلاف ريال تقريبا والنتيجة التي توصلنا إليها هذه بالنسبة لمتوسط الأجربين عمال الصناعة كلها تعتبر نتيجة احتمالية غير مؤكد تأكيدا كاملا لهذا يجب علينا معرفة مدى ثقتنا في صحة هذه النتيجة. ولقياس درجة هذه الثقة فإنا نستخدم الاحتمالات وهذا هو أحد الأسباب في تكريس الفصول السابقة لنظرية الاحتمالات والتوزيعات الاحتمالية وإذا كانت نظرية الاحتمالات فرع من فروع الرياضة البحتة فإن دراسة العينات واستخدامها للاحتمالات تدخل بنا إلى صلب الطرق الإحصائية والتي سندرس جزءا منها في الأبواب التالية:

ومما هو جدير بالذكر أن التغلب على خطأ التحيز ليس هو السبب الوحيد الذي يجعلنا نلجأ إلى استخدام العينات وإنما هناك أسباب أخرى كثيرة نذكر منها مثلا ما يلى:

- (۱) عندما يؤدي أسلوب الحصر الشامل إلى تدمير كل مفردات المجتمع المدروس مثل محاولة معرفة متوسط عمر المصابيح الكهر بائية التي ينتجها مصنع معين ، إذ يتطلب أسلوب الحصر الشامل إضاءة كل مصباح من إنتاج المصنع حتى يحترق لمعرفة عمره وهذا يترتب عليه تدمير كل إنتاج المصنع ولهذا لابد من اللجوء إلى أسلوب العينة لمثل هذه الدراسة _ كذلك عند دراسة تركيب دم الإنسان لا يعقل استخدام أسلوب الحصر الشامل الذي يؤدي إلى سحب كل دم الإنسان.
- (٢) عندما يتعذر تحديد جميع مفردات المجتمع لإجراء حصر شامل مثل دراسة أذواق المستهلكين لسلعة معينة لإدخال بعض التعديلات على إنتاج هذه السلعة. في هذه الحالة يصعب علينا تحديد كل المستهلكين لها لهذا نلجأ إلى أخذ عينة من المستهلكين.

وفي ختام هذه المقدمة يجب الإشارة إلى أنه في حالة توفر كل الإمكانيات اللازمة لدراسة المجتمع من وقت وجهد ومال ووسائل فنية يكون أسلوب الحصر الشامل أفضل من أسلوب العينة كما يحدث في حالة التعدادات العامة للسكان أما عند نقص هذه الإمكانيات فيكون أسلوب العينة هو الأفضل. وقد انتشر استخدام العينات في معظم الدراسات الإقتصادية والإجتماعية والسكانية والعلمية ومراقبة الإنتاج وغير ذلك من المجالات.

### (٤-٢) ـ بعض أنواع العينات العشوائية :

سنتناول الآن بالدراسة بعض أنواع العينات العشوائية وطريقة الاختيار لكل منها:

### (١) العينات العشوائية البسيطة:

هى العينات التي يراعى عند إختيارها تكافؤ الفرص أمام كل مفردات المجتمع. بحيث يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع فرصة متساوية مع بقية المفردات الاختيارها في العينة ويتم ذلك عن طريق الاختيار العشوائي لمفردات العينة من بين مفردات المجتمع. ولهذا يجب معرفة المفاهيم التالية:

### ( أ ) الإطار :

حتى يمكن اختيار العينة فإن الأمر يتطلب تحديد مفردات المجتمع تحديدا كاملا و يكون هذا التحديد على شكل قائمة (أو خريطة) تضم كل مفردات المجتمع وهذه القائمة تسمى بالإطار. فمثلا إذا أردنا اختيار عينة من عمال صناعة النسيج (كما ذكرنا سابقا) لتقدير متوسط أجر العامل فإنه يلزمنا وجود قائمة بأسماء العمال وأجر كل منهم في هذه الصناعة وهذا هو الإطار، ويجب أن يكون شاملا لكل مفردات المجتمع أي لكل عمال الصناعة وأن يكون حديثا حتى يشتمل على العمال الجدد المعينين حديثا وأن يحدد لنا بدقة كل المعلومات التي تلزمنا في الدراسة. ثم نبدأ في اختيار العينة من الإطار و يتم ذلك عن طريق إعطاء كل مفردة رقما مسلسلا ثم اختيار العينة بطريقة الاختيار العشوائي.

### (ب) الاختيار العشوائي:

يتم الاختيار العشوائي بطريقة معينة تضمن فرصا متساوية لاختيار المفردات في العينة. وليس معنى الاختيار العشوائي أن يكون اختيارا حسبما اتفق أو كما يقولون ضرب عشواء، فقد يظن البعض أن الاختيار العشوائي من قائمة مكتوب بها مجموعة من الأسماء أن نفتح صفحة من هذه القائمة ثم نمسك بالقلم ونغمض أعيننا ثم نضع القلم على الصفحة ثم نفتح أعيننا ونختار الإسم الذي وقع عليه القلم. في الواقع هذا النوع من الاختيار لا يخلومن التحيز حيث أن الإنسان المغمض العينين يحاول دائما أن يضع القلم في وسط الصفحة (خشية أن يخرج قلمه عن حدود الصفحة) وهذا الخبر يعطي للأسماء الموجودة في وسط الصفحة فرصة أكبر من الأسماء الموجودة على الأطراف وإنما الاختيار العشوائي يمكن أن يتم بطريقة مبسطة جدا وذلك بأن نكتب الأعداد (صفر، الأطراف وإنما الاختيار العشوائي يمكن أن يتم بطريقة مبسطة جدا وذلك بأن نكتب الأعداد (صفر، من حيث اللون والحجم والوزن وكل الصفات. ونضع البطاقات العشر (أو الكرات العشر) في كيس أو وعاء مغلق يدور بالبطاقات (أو الكرات) فيخلطها في بعضها خلطا جيدا و بهذا لوسحبنا أي بطاقة (أو كرة) من الكيس لا نعرف بالضبط ما هي البطاقة التي سنحصل عليها وإنما تكون أي بطاقة (أو كرة) من الكيس لا نعرف بالضبط ما هي البطاقة التي سنحصل عليها وإنما تكون الفرصة واحدة لكل البطاقات في الظهور. فلو كان حجم العينة ٢٥٠ مفردة مثلا وعدد المفردات في اللإطار خسة آلاف مفردة فلكي نختار العينة من الإطار نلاحظ أن ترتيب أي مفردة لابد أن

يتراوح بين ١ و٥٠٠٠هـ أي أن أكبر رقم مسلسل في الإطار يتكون من ٤ خانات (آحادــ عشرات. منات. ألوف) لهذا يجب أن نختار لكل مفردة من مفردات العينة ٤ بطاقات كل بطاقة تعطى لنا رقما من الخانات الأربعة فمثلا نسحب بطاقة عشوائيا من البطاقات المحكمة الخلط في الكيس نفرض مثلا أننا وجدنا عليها العدد (٣) فيكون هورقم الآلاف_ ثم نرجــع البطاقة إلى الكيس ونحكم خلطها مع بقية البطاقات وذلك بدوران الكيس ثم نسحب بطاقة ثانية نفرض أننا وجدنا عليها العدد (صفر) فيكون هو رقم المئات ونكرر العملية مرتن لنحصل على رقمي العشرات والآحاد ونفرض أننا وجدناهما (٣) للعشرات و(٧) للآحاد فيكون الرقم المسلسل لهذه المفردة هو (٣٠٣٧) في الإطار. ونعتبر هذه هي المفردة الآولى في العينة ــ أي أن أول مفردة في العينة هي المفردة التي تحمل الرقم (٣٠٣٧) في الإطار. ونكرر هذا العمل للحصول على المفردة الثانية والثالثة والرابعة إلى آخر مفردات العينة وذلك مع استبعاد الأرقام المكررة التي سبق اختيارها من الإطار وكذلك الأرقام التي تزيد عن ٥٠٠٠ أي عن حجم الإطار. وبهذه الطريقة يمكن القول أن العينة عشوائية وأنها ممثلة للمجتمع تمثيلا صادقا أو أنها صورة مصغرة للمجتمع وبالتالي يمكن تعميم أي نتائج نحصل عليها من العينة على كل مفردات المجتمع الأصلي وليست طريقة البطاقات (أو الكور) هي الطريقة الوحيدة للاختيار العشوائي وإنما هناك جداول للأعداد العشوائية مصممة لهذاالغرض ـ وهي عبارة عن أعداد مختارة بالطريقة العشوائية (بالبطاقات أو الكور) ومرتبة في شكل أعمدة وصفوف لتوفير المجهود الذي يبذل في الاختيار العشوائي بواسطة البطاقات وتأخذ جداول الأعداد العشوائية الشكل التالى:

ONTY	17117	YASLI	11011
077.7	7.80.	17780	79871
98.77	17871	35771	01770
9 1	744.5	*785	••٧٦٥
T0.11	•••	. 9.4.1	Y180T
37457	13781	7.05.	76731
<b>TYA01</b>	PAYO3	4.4.4.	•1750
1445.	. 8177	<b>A8777</b>	19.08

YOY . .

AETOY

YTOTE

SYTTO

و يشتمل جدول الأعداد العشوائية على صفحات عديدة من هذه الأرقام العشوائية. و يوجد نموذِج من هذا الجدول في نهاية هذا الباب.

فمثلا لاختيار العينة السابقة التي حجمها ٢٥٠ مفردة من مجتمع عدد مفرداته ٥٠٠٠ للاحظ أن أكبر رقم مسلسل في المجتمع وهو . . . ه مكون من ٤ خانات لهذا نختار أربع أعمدة (أو أربعة صفوف) من الجدول عشوائيا لنفرض أنها الأعمدة (الثالث والرابع والخامس والسادس) فنحصل على الأرقام التالية:

. 4 . 7

1750

3940

2075

...

1 Y 7 E

. 4 . 7

..17

**TT9.** 

71.1

نستبعد من الأرقام السابقة كل الأرقام التي تزيد عن خسة آلاف وهو أكبررقم في الإطار لهذا نستبعد الرقم الثالث (٤٩٧٥) والرقم العاشر (٦١٠٢) كذلك نستبعد أي رقم مكرر لهذا نستبعد الرقم السابع لأنه مكرر في الأول ثم نرتب بقية الأرقام ترتيبا تصاعديا فنحصل على أرقام المفردات التي يجب أن نسحبها من الإطار وهم العمال ذوي الأرقام المسلسلة التالية:

۷ ــــ ۱۶ ــــ ۸۶۲ ــــ ۱۹۷۹ ـــ ۳۲۹۰ ـــ ۴۵۹ ـــ ۰۰۰۰ وهكذا حتى نحصل على ۲۵۰ مفردة وهي كل مفردات العينة .

وعند استخدام جدول الأعداد العشوائية يجب عند البداية فتح الجدول عشوائيا على أي صفحة دون اختيار صفحة معينة ثم نختار العمود الأول (أو الصف الأول) عشوائيا و بعد ذلك يمكن أخذ الأرقام من الجدول حسب ترتيبها داخل الجدول حيث أنها مرتبة داخل الجدول عشوائيا.

#### (٢) العينة العشوائية المنتظمة:

إن اختيار هذه العينة يتطلب وجود إطار للمجتمع كما في حالة العينة العشوائية البسيطة بحيث يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع رقم المسلسلا داخل الإطار. ثم نختار مفردات العينة من الإطار بحيث يكون الرقم المسلسل لكل مفردة يبعد بعدا ثابتا منتظما عن رقم المفردة السابقة لها وكذلك عن رقم المفردة اللاحقة لها ويتم ذلك على النحوالآتي:

- (أ) نقسم الإطار إلى فترات منتظمة وليكن طول كل منها ف و يتوقف على حجم العينة.
  - (ب) نختار عشوائيا مفردة واحدة من مفردات الفترة الأولى ولتكن المفردة رقم ل.
- (--) بذلك تتحدد تماما مفردات العينة وهي المفردات التي أرقامها المسلسلة هي: 0,0+0+0+0+1 ك 0,0+0+1 ف 0,0+1+1

#### مثال:

(أ)

نفرض أن حجم العينة المطلوبة هو ٥٪ من حجم المجتمع أى أن من بين كل ١٠٠ مفردة في المجتمع نحتاج إلى مفردة المجتمع نحتاج إلى مفردة في العينة أو من بين كل ٢٠ مفردة في المجتمع نحتاج إلى مفردة واحدة في العينة .

(ب)

نقسم الإطار إلى فترات طول كل منها ٢٠ مفردة فتكون أرقام الفترة الأولى في الإطار هى ١ ــ ٢ ــ ٢٠٠٣ ــ ٢٠

وأرقام الفترة الثانية في الإطارهي ٢١ ــ ٢٢ ــ ٠٠٠ ــ ٤٠

وهكذا حتى نهاية المفردات في المجتمع.

(جـ)

تستخدم الطريقة العشوائية البسيطة السابقة لاختيار مفردة واحدة من مفردات الفترة الأولى لتكون هي أول مفردة في العينة لنفرض أننا حصلنا على الرقم ١٧ مثلا.

(د)

بعد تحديد المفردة الأولى في العينة يتحدد تماما باقي مفردات العينة كل ما هو مطلوب أن نضيف طول الفترة إلى رقم المفردة الأولى لنحصل على رقم المفردة الثانية ثم نضيف طول الفترة إلى رقم المفردة الثالثة وهكذا حتى نحصل على كل مفردات العينة. و بهذا تتكون العينة من المفردات التي أرقامها المسلسلة في الإطارهى:

····-1 \V-9V __VV __OV __TV __ \V

نلاحظ أن طريقة الاختيار في هذه العينة أسهل من العينة العشوائية البسيطة وذلك لأن الاختيار العشوائي يتم بالنسبة لأول مفردة فقط أما باقي المفردات فتتحدد تلقائيا حسب رقم أول مفردة وحجم العينة حما أن العينة تكون منتشرة على كل أجزاء المجتمع و بالتالي تكون أكثر تمثيلا وخاصة إذا كان المجتمع غير متماثل ولكن هذه الميزات يقابلها صعوبة في تحليل نتائج هذا النوع من العينات ولا يتسع المجال هنا للتعرض لمثل هذه الصعوبات التي تحتاج إلى قدر أكبر من الدراسة في نظرية الاحتمالات والتوزيعات الاحتمالية ونظرية التقدير لهذا فقد اكتفينا بتعريفها وتوضيح طريقة اختيارها فقط.

#### (٣) العينة الطبقية:

نلجأ إلى هذا النوع من العينات في الحالة التي يكون فيها المجتمع مكونا من طبقات غير متجانسة و يتحتم علينا تمثيل كل هذه الطبقات داخل العينة بحيث يتم تمثيل كل طبقة بعدد من المفردات يتناسب حجمه مع أهمية هذه الطبقة في المجتمع و بالتالي لابد أن نختار مفردات العينة من جميع الطبقات بعد تحديد عدد المفردات التي يجب سحبها من كل طبقة ثم نختار هذه المفردات من داخل الطبقة إما بطريقة العينة العشوائية البسيطة أو بطريقة العينة العشوائية المنتظمة وذلك حسب ما يراه الباحث.

ومما هو جدير بالذكر أنه يوجد عدة أنواع أخرى من العينات منها العينات المتعددة المراحل والعينات العنقودية وغيرها مما لا يتسع المجال للتعرض لها بالتفصيل. لهذا نكتفي فقط بذكر الأنواع الثلاثة السابقة حيث أن هذا القدر من الدراسة يسمح لنا بتفهم تحليل نتائج العينات وهوموضوع الدراسة في الباب التالي.

# غوذج من جدول الأعداد العشوائية

10	٤٩	8.8	٠٢	YY	90	17	٥٣	۰۰	**
4.4	۱۲	77	٦٧	٦٤	٨٢	٥١	٤٠	٥٣	9.7
۲٤	10	٤٣	٥٥	1 7	٥٩	37	11	٧.	**
**	٨٢	Yì	٣٧	17	91	٧٠	17	1.	10
٦٧	٨٣	23	٤٢	44	٨٣	٤٩	77	11	٣1
٧٦	٤١	٨٤	۱۷	<b>£ £</b>	1 8	٧A	YY	٤٥	٤٠
٨٥	09	٨٨	٧٦	٦٤	۱۷	٤Y	٦٤	11	78
9.7	• ٢	٨٠	٤٧	4.4	**	15	۳۷	٨٧	۱۸
٥٨	٨٢	٦٥	*1	٥٣	79	33	1 7	٦٧	9.8
**	73	AP	97	01	1 8	*1	33	٧٣	٤٠
٣١	٧٠	79	٣٠	<b>T1</b>	91	٨٥	18	14	٦٣
٤٠	٨٢	3.8	10	90	97	1 A	10	٧٠	44
٥٩	90	**	٠٦	13	٥٤	1.	10	91	٥٩
٦٤	1,1	٣٠	35	Αŧ	٥٢	AF	٥٣	**	۰۰
۶۳	٦٥	£ Y	۵۵	71	٣٥	٧.	٨٢	17	٦٣

٠9	٨٢	77	۶.	٠.٨	• •	15	٨٢	٤٦	٣٣
۸۶	79	٤٠	• •	٧٣	37	00	77	7.	٨٥
٣٦	٨.	97	19	79	4.8	77	4.8	٥٥	۲.
٠٧	٣٦	37	23	٠٣	9.	77	01	**	11
۸۲	۳۷	١٣	90	**	۹.	٥٣	٤٥	YY	٨۶
٨١	40	٠٦	0 8	۲.	• •	£ £	75	. 11	٨٠
٧٣	11	80	٨٣	٠٨	• ٤	18	00	11	**
٧٣	<b>£</b> £	80	90	۲۸	٤٥	۹.	<b>TY</b>	٣٩	٨٥
13	٧٨	AT	30	AP	79	• •	1.4	٤٣	*1
٨٢	77	90	٨٣	18	97	44	۷٥	٧٥	11
98	١٩	97	٦٢	٧٣	00	7 8	08	98	44
٠٢	٥٤	γ.	YY	**	**	**	٥٧	٥٧	٧٣
٦٢	01	٧٣	٦٠	3.5	٤A	10	14	1 &	۳.
٣٨	٠٦	1.4	٤٢	٥٧	07	٥٩	77	77	8.8
71	٤٩	18	YY	<b>£ £</b>	٧٢	٣.	90	TA	**
٩.	19	18	79	75	80	17	۲.	• ٧	19
٤٦	47	٣٠	80	9.8	٨١	77	**	٠٧	٤١
٤١	YY	**	٣1	19	٦٥	٧٦	44	٦٧	11

99	7.	4.8	97	٥٢	٣١	<b>£ £</b>	٦.	٥٨	٥٢
91	٦٧	3.5	٤٣	19	79	71	27	11	8.4
11	98	٧٨	0 {	٨۶	٧٠	**	£A.	90	1 7
17	4.8	٨٣	٦٥	11	٥٧	٨٨	٨٨	98	٦٩
8.8	3.4	71	۲۸	٤٠	71	•1	Yo	**	٤٥
97	78	٥٣	4 8	1 4	۲.	14	٠٦	٦٥	٤Y
70	10	A£	<b>{Y</b>	9.8	1.4	٥٩	٥٧	۹.	٤٣
דד	٠٢	٥٣	17	•1	• ٢	10	٤١	٤١	٠٧
١٨	۸٥	77	<b>Y1</b>	**	17	۰۰	٥٨	**	٣٩
98	٨.	٨٨	48	٠٢	¥ <b>Y 8</b>	75	99	٤٧	٦٩
90	78	22	18	**	٤٥	99	• 0	23	٥٨
٤٠	13	٣٩	80	7 8	۰۰	٤٥	75	٨٢	91
44	77	٨٨	٧٠	٠٦	1 7	<b>£ £</b>	97	٦٤	۲٦
٠٩	19	43	٦٠	9.7	Υ٦	1 Y	٣٥	97	1 8
47	97	٧٣	۱۳	•1	٧٣	77	٠٩	19	8.8
73	۸۶	٠٢	٥٩	٤١	٨٣	٨٢	<b>To</b>	1 7	٤٩

1.F .Fo YA PY

** T7 A.

90	١	٤٣	44	۸۶	**	٧٦	٥٢	A3	4.8	
٦٠	75	٣٦	78	2.3	44	٨٥	٤٠	9.4	1 Y	
٣٥	٣٩	8.8	٥٨	00	AF	23	٤٩	٥٩	90	
٧.	٧٨	• •	٤٩	97	٠٦	22	٨٨	٠٦	77	
97	٥١	۰۰	37	• •	1 Y	١.	• ٧	٥٧	٨٢	
3.5	٦٢	٥٨	97	£Å	77	77	79	98	٧٢	
٣.	٤٥	77	23	77	٦Y	٧٣	٦٠	98	۱۸	
91	٦٠	۲۷	A١	٠٢	*1	٣١	19	80	35	
90	۸.	77	17	9.8	۲٠	•1	٧٥	98	17	
14	77	٤٩	98	4.8	٨٢	• •	7.5	17	•1	
11	٧٣	78	70	78	44	۲٠	10	۳۷	٣١	
٨٥	۲.	77	١.	1.	18	41	••	11	13	
1 4	٤٩	08	٧٨	78	٨٥	1 A	99	• {	٠٧	
**	٠٢	٧٢	٤٠	9.	٨٥	8.8	0 {	3.5	٤٩	
٨٣	٤٠	17	08	11	9.8	۱۷	79	٨٥	77	
٦٣	11	٥٠	٨٠	• {	3.5	٦٥	• ٤	٠٦	٤٩	
• *	٨٥	٥٣	۲۸	۰۰	09	73	Y1	71	79	
**	••	1.4	٥٠	78	٠٣	1 Y	77	78	1.	

٨٢	<b>٣9</b>	79	84	<b>£</b> £	88	**	٧٣	٨٦	٥٢
4.8	10	19	• ٧	٣٢	7.8	٨٩	٨١	٧١	٤٧
11	••	10	10	11	99	Α٤	79	90	71
٧٢	**	11	77	17	78	11	79	98	19
80	٧٦	٠٣	٥٣	1 1	٠٣	٤٠	٣٦	**	77
٥٨	٥٧	٧٦	11	۷٥	19	77	10	70	<b>TY</b>
**	۱۲	99	17	٣٦	8.8	٥٠	٨٣	4.	٥٤
AA	10	٨٠	9.8	77	<b>٣9</b> .	99	44	٥٨	٨.
18	٠.٨	٣٧	٥٨	10	48	91	٥٤	٠٦	٣٠
۷٥	• £	75	٥٣	**	7.	78	78	٥٢	17
Yo	18	80	٤٩	Y1	٨٩	**	70	40	٠٣
٥٧	3.4	91	77	٣٨	٨٦	٧٣	٠٦	• Y	8
٣٤	•1	8 7	٣٠	٨٨	70	٧٣	٤٥	1.4	۸.
٧٥	۳۸	٦٩	1 7	Yo	٣٦	97	98	43	١٨
*1	75	٦٣	Yo	79	٤٠	٦٠	۳٠	91	٣٥
٣٧	٦٥	٧٣	YA	11	٧٣	٣1	71	97	٥٦

77

AY AT YF TA 3F AP PI

8.8	Yo	٦٤	YI	٣٠	35	19	٣٦	٤١	<b>£ £</b>
1.	11	27	44	٥Υ	٦٠	78	٧٢	22	٧٨
7.	77	٠.٨	17	97	77	**	**	<b>£Y</b>	١٨
80	99	•1	٨٨	14	۸۲	33	77	73	٥٢
01	۳.	٧٣	70	V7	7.9	01	9.5	٦٨	۲A

# الباب الخامس

توزيعات المعاينة (العينات الكبيرة)



# توزيعات المعاينة (العينات الكبيرة)

#### : مقدمة – (۱_0)

في هذا الباب نقدم بعض الطرق الإحصائية التي تمكننا من استخدام العينات العشوائية في التعرف على خواص المجتمعات التي سحبت منها هذه العينات. فإذا كنا نهتم بعرفة متوسط أجر العامل في صناعة معينة مثل صناعة المنسوجات فيمكن سحب عينة عشوائية من العمال في هذه الصناعة ونحسب متوسطها نفرض أننا وجدنا متوسط أجر العامل في العينة هو آلاف ريال في الشهر فليس معنى ذلك أن يكون متوسط أجر العامل في الصناعة كلها ٣ آلاف ريال. وذلك لأن هذه العينة العشوائية قد يظهر فيها بالصدفة البحتة عدد كبير من العمال ذوي الأجور المرتفعة وبالتالي يكون متوسط أجر العامل في العينة أعلى من متوسط الأجر الحقيقي في المجتمع وقد يحدث العكس بأن تشتمل العينة على عدد كبير من العمال ذوي الأجور المنخفضة بما يجعل متوسط أجر العامل في العينة أقل من متوسط الأجر الحقيقي في المجتمع. وكما ترى تكون الصدفة وحدها هي العامل في العينة أقل من متوسط الأجر الحقيقي في المجتمع. وكما ترى تكون الصدفة وحدها هي المجتمع. وهذا هو خطأ الصدفة الذي سبق أن تكلمنا عنه في الباب السابق و يهمنا الآن أن ندرس المجتمع. وهذا الخطأ على أي مقياس إحصائي نحسبه من العينة سواء كان هذا المقياس هو الوسط الحسابي الوغينة وإلى أي حد أو غيره من المقايس. ولنبدأ الآن بدراسة أثر خطأ الصدفة على الوسط الحسابي للعينة وإلى أي حد يمكن أن يختلف عن الوسط الحسابي للمجتمع بفعل تأثير هذا الخطأ.

#### (٥-٢) _ توزيعات المعاينة:

نفرض أن لدينا مجتمعا من المفردات يتبع توزيعا احتماليا معينا (سواء كان هذا المجتمع كبيرا أو محدودا) وأننا بصدد سحب عينة حجمها ن من هذا المجتمع. بالطبع ليس معنى هذا أن هناك عينة واحدة يمكن سحبها ولكن يكون أمامنا عدد كبير من العينات التي يمكن سحبها من هذا المجتمع والتي حجم كل منها هو ن من المفردات.

والآن نفرض أننا سحبنا عينة حجمها ن من هذا المجتمع وحسبنا من هذه العينة مقياسا معينا (وليكن الوسط الحسابي) ثم سحبنا عينة ثانية لها نفس الحجم ن وحسبنا منها نفس المقياس ثم سحبنا عينة ثالثة وحسبنا منها نفس المقياس وهكذا بالنسبة لجميع العينات التي يمكن سحبها من هذا المجتمع. سنجد أمامنا عددا كبيرا من القيم لنفس المقياس ولا نتوقع أن تكون جميع القيم التي حصلنا عليها من العينات لهذا المقياس متساوية وإنما ستكون مختلفة عن بعضها وتكون مجتمعا آخر.

عدد مفرداته أكبر بكثير من عدد مفردات المجتمع الأصلي. وعلى ذلك يمكن النظر إلى هذا المقياس على أنه متغير عشوائي يأخُذ قيما مختلفة (هى التي حصلنا عليها من هذه العينات) و يتبع توزيعا معينا ربما يختلف أو لا يختلف عن توزيع المجتمع الأصلي يسمى بتوزيع المعاينة لهذا المقياس سواء كان هذا المقياس هو الوسط الحسابي أو نسبة المفردات التي لها صفة معينة أو الانحراف المعياري أو غيره من المقاييس الإحصائية.

مثال (١): مجتمع مكون من ١٠ مفردات سحبت عينات حجمها ٣ من هذا المجتمع وحسبت من كل عينة مقياس احصائي معين (وليكن الوسط الحسابي) فكم قراءة يتكون منها مجتمع هذا المقياس؟

#### الحل

عدد مفردات المجتمع الأصلي = 10 مفردات حجم العينة = 10 مفردات إذن عدد العينات التي يمكن سحبها = 10 ق $_{10}$  ق $_{10}$  وحيث أننا نحسب المقياس لكل عينة إذن مجتمع هذا المقياس يتكون من  $_{10}$  قراءة.

و بالمقارنة نجد أن عدد مفردات مجتمع المقياس أكبر بكثير من عدد مفردات المجتمع الأصلي .

### (٥-٣) _ المجتمعات الكبيرة والمجتمعات المحدودة:

في دراستنا لتوزيعات المعاينة لابد أن نفرق بين العينات المسحوبة من مجتمعات كبيرة أو لا نهائية و بين العينات المسحوبة من مجتمعات محدودة. فعند سحب عينة من المصابيح من إنتاج مصنع معين فإننا بلا شك نسحب من مجتمع كبير هو إنتاج المصنع. ولكن عند سحب عينة من طلبة قسم المحاسبة في كلية الاقتصاد والادارة في العام الحالي فإننا بلا شك نسحب من مجتمع محدود هو طلبة قسم المحاسبة لهذا العام. وكذلك عند سحب عينة مكونة من عشرة مفردات من بين مجتمع مكون من مائة مفردة. في هذه الحالة إذا كان في الإمكان سحب المفردة أكثر من مرة يمكن اعتبار المجتمع لا نهائي أو كبير ولكن إذا لم يكن مسموحا بسحب المفردة أكثر من مرة يكون المجتمع محدودا. وأيضا عند سحب كرات من كيس به عدد من الكرات فإذا كان السحب مع الإعادة فإننا نعتبر المجتمع عدودا. وأيضا الذي نسحب منه كأنه مجتمعا لا نهائيا ونعامله على أنه مجتمع غير محدود وإذا كان السحب بدون إعادة فإننا نعتبر المجتمع الذي نسحب منه منه مجتمعا محدودا. ومما هو جدير بالذكر أننا نهتم بالتفرقة بين المجتمع الكبير والمجتمع المحدود بسبب اختلاف خصائص توزيعات المعاينة للعينات المسحوبة من المجتمعات المحبودة كما سيتضح من دراستنا التالية.

### (٥-٤) - مجتمع المتوسطات الحسابية و بعض خصائصه:

نفرض أن لدينا مجتمعا ولتكن مفرداته هي:

ونفرض أننا سحبنا من هذا المجتمع عينة حجمها ن وحسبنا وسطها الحسابي فوجدناه سّ ثم سحبنا عينة أخرى لها نفس الحجم وحسبنا وسطها الحسابي فوجدناه سّ بنم عينة ثالثة لها نفس الحجم و وجدنا أن وسطها الحسابي سّ وهكذا بالنسبة لكل العينات التي حجمها ن والتي يمكن سحبها من هذا المجتمع . سنجد في النهاية أننا سنحصل على مجموعة جديدة من المفردات هي المتوسطات الحسابية لهذه العينات وهي تكون مجتمعا جديدا يسمى مجتمع المتوسطات الحسابية للعينات التي حجمها ن والتي يمكن سحبها من المجتمع الأصلي ويمكن كتابة مفردات المجتمع المجديد على النحو التالي:

وهذه المتوسطات تختلف عن بعضها تبعا لتأثير خطأ الصدفة على كل عينة كما أنها تكون مجتمعا جديدا له توزيع احتمالي يهمنا معرفته ودراسته. ومجتمع المتوسطات الحسابية س كأي مجتمع آخر له توزيع احتمالي يتمتع بجميع صفات وخواص التوزيعات الاحتمالية و بالطبع له متوسط وانحراف معياري فلو كان:

متوسط المجتمع الأصلى  $= \mathcal{M}$  والانحراف المعياري للمجتمع الأصلي  $= \mathbf{o}$  فيمكن باستخدام النظريات الإحصائية والرياضية إثبات أن: متوسط مجتمع المتوسطات الحسابية للعينات التي حجم كل منها ن هو والانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات الحسابية

وهذا يعني أن متوسط مجتمع المتوسطات هونفسه متوسط المجتمع الأصلي . والانحراف المعياري هو الانحراف المعياري المجتمع الأصلي مضروبا في عامل معين . وهذه المعلومات صحيحة مهما اختلف التوزيع الاحتمالي للمجتمع الأصلي .

وإذا نظرنا إلى الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات نلاحظ أن مجتمع المتوسطات أكثر تجانسا من المجتمع الأصلي أى أن مفرداته متجانسة وغير متشتتة إذا قورنت بمفردات المجتمع الأصلي وهذا من أهم الأسباب التي تجعلنا نعتمد على مجتمع المتوسطات في الاستدلال حول معالم المجتمع الأصلي.

فإذا كان الانحراف المعياري للمجتمع الأصلي = ١٥ وحجم العينة = ١٠٠ مفردة فإن الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات = ١٠٠٠

وهذا يوضح أن مجتمع المتوسطات أكثر تجانسا بقدر واضح من المجتمع الأصلي .

مثال (٢) : نفرض أن لدينا مجتمعا مكونا من المفردات التالية:

1,3,0,5,7

والمطلوب :

- (أ) حساب متوسط المجتمع الأصلي.
- ( ب) حساب الانحراف المعياري للمجتمع الأصلى.
- (ج) حصر جميع العينات التي حجم كل منها مفردتين ويمكن سحبها مع الإرجاع.
  - ( د ) حساب المتوسط الحسابي لكل عينة.
  - (هـ) حساب متوسط مجتمع المتوسطات الحسابية ١٨ (ਓ).
- ( و ) حساب الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات الحسابية 🕳 (🗷) .
  - ( ز ) قارن بن **٨ و ٨ (س)** وكذلك بين **٥ و ٥ (س)** .

الحل

إذن كل العينات الممكن سحبها مع الإِرجاع من هذا المجتمع هي:

وعدد العينات هنا ٢٥ وهو يساوي تماما عدد طرق سحب مفردتين من بين ٥ مفردات عندما يكون السحب مع الإعادة وهو ٥ × ٥ = ٢٥ طريقة.

(د) والمتوسطات الحسابية لهذه العينات هي:

والقيم السابقة تمثل مجتمع المتوسطات الحسابية حيث أن أول مفردة هي الوسط الحسابي للعينة الأولى ( $\frac{\Upsilon + \Upsilon}{V} = \Upsilon$ ) وثاني مفردة هي الوسط الحسابي للعينة الثانية

$$\left(\begin{array}{c} 7+3\\ \hline \end{array}\right)=7$$

(هـ) و يكون متوسط مجتمع المتوسطات الحسابية هو:

$$0 = \frac{170}{70} = \frac{\Lambda + \Upsilon + \cdots + \Upsilon + \Upsilon}{70} = (\overline{w})$$

$$0 = \frac{170}{70} = \frac{\Lambda + \Upsilon + \Upsilon + \Upsilon + \Upsilon}{70} = (\overline{w})$$

(و) وكذلك الانحراف المعياري لمجتعم المتوسطات الحسابية هو:

$$\frac{7}{(0-A)+7(0-Y)+\cdots+7(0-Y)+(0-Y)+7(0-Y)} = (\overline{w})$$

$$\nabla V = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} \right)$$

س = س (س) حبث أن كل منهما = ه

المثال السابق يعتبر مثالا عن حالة سحب عينة من مجتمع محدود ولكن السحب مع الإعادة أي أن كل مفردة مكن تكرار تمثيلها في العينة مثل العينات:

كما أن المفردتين (٢، ٤) يعتبران عينة والمفردتين (٤ ــ ٢) يعتبران عينة أخرى وهذه الحالة نعاملها معاملة المجتمعات غير المحدودة كما ذكرنا سابقا عند الكلام عن المجتمعات الكبيرة والمجتمعات المحدودة أما حالة السحب بدون إعادة فتعتبر كحالة السحب من مجتمع محدود لذلك لابد لنا من مناقشة حالة السحب بدون إعادة من مجتمعات محدودة لمعرفة الفرق بين الحالتين.

فيما سبق ذكرنا في حالة السحب من مجتمع غير محدود أن متوسط مجتمع المتوسطات  $\mu$  ( $\overline{w}$ ) هو نفسه متوسط المجتمع الأصلي  $\mu$  أي أن  $\mu$  ( $\overline{w}$ ) =  $\mu$ 

كذلك وجدنا أن الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات  $\overline{v}$  يساوي الانحراف المعياري للمجتمع الأصلي مى مقسوما على  $\overline{v}$  أي أن  $\overline{v}$  ولكن الحال يختلف عند السحب بدون إعادة من مجتمع محدود له حجم معين وليكن ن. سنجد أن الوسط الحسابي لمجتمع الأصلي مثل الحالة السابقة تماما ولكن الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات في هذه الحالة يساوي الانحراف المعياري مقسوما على  $\overline{v}$  ومضرو با في عامل معين هو  $\overline{v}$  في عامل معين هو  $\overline{v}$ 

حيث ن هي حجم المجتمع ، • هي حجم العينة أي أن

$$\frac{N-i}{1-i}\sqrt{\frac{\sigma}{NV}}=(\omega)\sigma$$

ولتوضيح الفرق بين الحالتين سنقدم المثال التالي:

مثال (٣): نفرض أن لدينا نفس المجتمع الموجود في المثال السابق والذي مفرداته: ٢، ٤، ٥، ٦، ٨.

#### والمطلوب:

- (أ) حساب متوسط المجتمع الأصلي بمر.
- (ب) حساب الانحراف المعياري للمجتمع الأصلي 6.

(جـ) حصر جميع العينات التي حجم كل منها مفردتين ويمكن سحبها بدون إرجاع.

(د) حساب المتوسط الحسابي لكل عينة.

(هـ) حساب متوسط مجتمع المتوسطات الحسابية بس ( T) .

(و) حساب الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات الحسابية - ( ( ) .

(ز) قارن بين مرم (س) وكذلك بن و و ح (س).

الحل

(أ) ع = ٥ كما في المثال السابق

(ب) - ح = ۲۷ كما في المثال السابق

(ج) العينات التي حجم كل منها ن ٢ والتي يمكن سحبها بدون إعادة هي:

$$( \mathcal{F} \cdot \mathcal{A} )$$

ويجب ملاحظة أنه عند سحب العينة نقوم أولا بسحب مفردة ثم نحتفظ بها ونسحب مفردة أخرى غيرها فلا يمكن أن يكون لدينا مثلا عينة (٢،٢) أو (٤،٤) كيما أن العينة (٤،٢) هي نفس العينة (٤،٢) أي لا نعتبرهما عينتين مختلفتين كما في المثال السابق.

(د) و بحساب المتوسط الحسابي لكل عينة نحصل على مجتمع المتوسطات في الصورة التالية:

٧

(هـ) و يكون متوسط مجتمع المتوسطات الحسابية هو

$$\circ = \frac{\vee + \vee \circ + \cdots + \vee + \vee \circ + \vee}{1} = (\neg \circ)^{\wedge}$$

وهونفس متوسط المجتمع الأصلي .

(و) و يكون كذلك الانحراف المعياري لمجتمع المتوسطات الحسابية هو

$$\frac{Y(\circ - Y) + \cdots + Y(\circ - Y) + \cdots + Y(\circ - Y)}{1 \cdot 0} = (\overline{y}) \circ V = (\overline{y$$

(ز) وللمقارنة بين ٨٠ (٣) وكذلك بين ٥٠٥ (١٥)

كما أن:

$$(\overline{w})O = \overline{1} = \sqrt{\frac{r}{1 - o}} = \sqrt{\frac{r}{1 - o}} = \sqrt{\frac{o}{1 - o}} = \sqrt{\frac{$$

$$\frac{\overline{\lambda - \dot{\upsilon}}}{1 - \dot{\upsilon}} \sqrt{\frac{\sigma}{\lambda V}} = (\overline{\upsilon}) \sigma :$$

# (٥٥٥) التوزيع الاحتمالي لمجتمع المتوسطات الحسابية:

حتى الآن لم نتعرض لتوزيع مجتمع المتوسطات الحسابية _ كل ما تعرضنا له هو الوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذا التوزيع ولكن شكل ونوع التوزيع الاحتمالي نفسه يعتمد على توزيع المجتمع الأصلي المسحوب منه العينات. وفيما يلي بعض النظريات الإحصائية التي تعطي التوزيع الاحتمالي لمجتمع المتوسطات الحسابية نذكرها بدون إثبات وذلك لأننا سوف نستخدمها كثيرا في الاستدلال حول معالم المجتمع الأصلي:

نظرية (١): إذا كان لدينا مجتمع نرمز لمفرداته بالرمز س يتبع توزيعا طبيعيا وسطه  $\mathcal{M}$  وانحرافه المعياري  $\sigma$  وسحبنا منه عينات حجم كل منها  $\sigma$ فان الوسط الحسابي  $\overline{\sigma}$  للعينات يتبع كذلك توزيعا طبيعيا وسطه  $\mathcal{M}$  ( $\overline{\sigma}$ ) =  $\mathcal{M}$ 

وانحرافه المعياري:

إذا كان المجتمع كبيرا 
$$\sqrt{\frac{\sigma}{\lambda V}}$$
  $= (\overline{\sigma})\sigma$   $\sqrt{\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}}}$   $\sqrt{\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}}}$   $\sqrt{\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}}}$   $\sqrt{\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\sigma}}}$  إذا كان المجتمع الأصلي محدودا وحجمه ن

مثال (٤) : إذا كان أطوال طلاب الجامعات يتبع توزيعا طبيعيا وسطه ١٧٠ سم وانحرافه المعياري

٨ سم ــ سحبت منه عينة مكونة من ٦٤ طالبا فما احتمال أن يكون متوسط أطوالهم أكبر من ١٧٢ سم؟

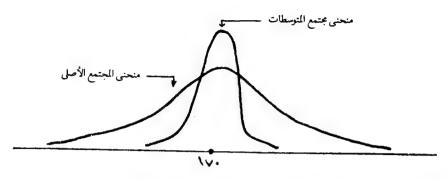
وحيث أن المجتمع الأصلي س يتبع توزيعا طبيعيا وسطه ١٧٠ سم وانحرافه المعياري ٨ سم فإن مجتمع المتوسطات س يتبع كذلك توزيعا طبيعيا وسطه ١٧٠ سم وانحرافه المعياري ١ سم .

والمطلوب حساب ع ( س 🔰 ١٧٢ ) . نحول إلى توزيع طبيعي قياسي وذلك بوضع

عندما س = ۱۷۲

$$\Upsilon = \frac{1Y^{2} - 1YY}{1} = 0$$

ملحوظة (١): بمقارنة الانحرافين المعياريين لكل من المجتمع الأصلي ومجتمع المتوسطات يبرز مدى تجانس مجتمع المتوسطات عن المجتمع الأصلي ويمكن إيضاح ذلك برسم توزيع المجتمع الأصلي وتوزيع مجتمع المتوسطات في المثال السابق على رسم واحد كما يلي:



نظرية (٢): إذا كان لدينا مجتمع س يتبع توزيعا احتماليا وسطه للم وانحرافه المعياري ص سحبنا منه عينات حجمها مع وكانت مه كبيرة فإن الوسط الحسابي ش يتبع توزيعا طبيعيا وسطه عمر س عربي علم وانحرافه المعياري:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{V}} = (\overline{w})\sigma$$

تسمى هذه النظرية بنظرية النزعة المركزية وهى توضح أن توزيع المتوسطات الحسابية يتبع توزيعا طبيعيا بصرف النظر عن نوع التوزيع الاحتمالي للمجتمع الأصلي. كل ما نحتاج إليه أن يكون حجم العينة كبيرا وأن يكون المتوسط والانحراف المعياري للمجتمع محدودا.

ملحوظة (٢): تعتبر العينة كبيرة إذا زاد حجمها عن ٣٠ مفردة كما أن المجتمع المحدود يجب أن يكون حجمه أكبر من ضعف حجم العينة.

مثال (٥): إذا كانت أعمار المصابيح الكهربائية التي ينتجها أحد المصانع تتبع التوزيع الاحتمالي التالي:

$$= \gamma I \left[ \frac{I}{\cdot \gamma} \right] = r_{\mathcal{C}} \cdot \text{mis}$$

$$= \gamma_1 \left[ \frac{\sigma}{\sigma} - \frac{\tau}{\tau} \right] - \tau \tau_C.$$

$$\frac{\sigma}{2} = (\overline{\sigma}) \sigma$$

$$0 (\overline{w}) = \frac{1...}{\sqrt{1...}} = \frac{1...}{\sqrt{1...}} = 1...$$

$$\frac{1}{7}$$
 ۷ شهر =  $\frac{10}{7\xi}$  من السنة

= ۲۵ر سنة

نحول إلى توزيع طبيعي قياسي وذلك بوضع

عندما س = ١٦٢٥٠

= ٥ر٠ + ح ( صفر ﴿ ص ﴿ ١٥٥٥ )

= ٥ر٠ + ١٩٤٤ر٠

= ۱۹۹۴ر٠

مثال (٦): إذا كانت الحوادث الأسبوعية على إحدى الطرق تتبع توزيع بواسون بمتوسط حادثتين اخذت عينة مكونة من ٦٤ أسبوعا فما احتمال أن يكون متوسط الحوادث فيها يزيد عن ٢٠٢ حادثة؟

الحل

من التوزيع البواسوني نعلم أن:  $\mu = \gamma$ 

$$O(\overline{w}) = \frac{\overline{V}}{\sqrt{M}} = \frac{\overline{V}}{\sqrt{37}} = \frac{\overline{V}}{\sqrt{37}} = \overline{V}$$

وحيث إن حجم العينة كبير (ع= ٦٤) فإن ش تتبع توزيعا طبيعيا وسطه ٢ وانحرافه المعياري ١٧٧٠ والمطلوب حساب ع ( س كي ٢٠٦ ) نحول إلى توزيع طبيعي قياسي وذلك بوضع

س = س-۲

مندما س = ۲ر۲

 $\omega = \frac{\gamma_{\zeta} \gamma - \gamma}{VV | \zeta^{-}} = \frac{\gamma_{\zeta}}{VV | \zeta^{-}} = \gamma_{\zeta}$ 

٠٠٠ ﴿ ١١٥١ ﴾ ٢٠١ ﴾ ١١١١ ﴾

≖ مر۰ – ع ( مفر ﴿ ص ﴿ ١٦١٢ )

= مر٠ - ۲۲۰۸ر٠ = ۱۲۹۲ر٠

(٥-٦) - التوزيع الاحتمالي لمجتمع النسب:

عندما تكلمنا عن توزيعات المعاينة في البند (٥- ٢) ذكرنا أنها توزيعات احتمالية للمقاييس الإحصائية التي نحسبها من العينات كما ذكرنا أن الوسط الحسابي س والانحراف المعياري ع للعينة ونسبة المفردات في العينة التي لها صفة معينة هي بعض هذه المقاييس وفي البند السابق حصلنا على التوزيع الاحتمالي لمجتمع المتوسطات الحسابية والآن نتعرف على التوزيع الاحتمالي للجتمع النسب وسوف نتبع نفس الأسلوب الذي سلكناه في تقديم التوزيع الاحتمالي لمجتمع المتوسطات الحسابية.

نفرض أن لذينا مجتمعا كبيرا ونسبة المفردات التي لها صفة معينة في هذا المجتمع هي وأإذا سحبنا من المجتمع عينة عشوائية كبيرة من المفردات حجمها له و وجدنا أن من بينها رمفردة لها هذه الصفة المعينة الموجودة في المجتمع فإن النسبة ب والتي سنرمز لها بالرمزل تعتبر متغيرا عشوائيا لأنها تتغير من عينة لأخرى. و بالتالي فإن هذه النسبة ل = ب يكون لها توزيع احتمالي تحدده النظرية التالية .

نظرية (٢): إذا كانت  $\P$ هى نسبة وجود ظاهرة معينة في مجتمع ما وسحبت من هذا المجتمع عينات كبيرة حجم كل منها  $\mathbf{v}$ وكانت تمثل نسبة هذه الظاهرة في العينات فإن ل تتبع توزيعا طبيعيا وسطه  $\P$  وانحرافه المعياري:  $\mathbf{v}$  (  $\mathbf{v}$  ) =  $\sqrt{\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}) \mathbf{v}}{\mathbf{v}}}$ 

مثال (٧): إذا علم أن نسبة الأحذية المعيبة التي تنتجها إحدى الآلات هي ٣٪ فإذا اشترى أحد المعارض ٤٠٠ حذاء من إنتاج هذه الآلة فما هواحتمال:

أ _ أن يجد ٢٠ حذاء على الأقل معيبا؟

ب_أن يجد ١٦ حذاء على الأكثر معيبا؟

الحل

نسبة الأحذية المعيبة في إنتاج الآلة (المجتمع) ع-٠٠٠٠

وحجم العينة ٧٥ = ٤٠٠

نفرض أن نسبة الأحذية المعيبة في العينة = ل

نعلم أن ل تتبع توزيعا طبيعيا وسطه ٠٠٠٣ وانحرافه المعياري:

$$\nabla(\ \ \ \ \ ) = \sqrt{\frac{q(1-q)}{\alpha}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot c \cdot \times \gamma \cdot p \cdot c}{\cdots 3}} = 0 \wedge \cdots c$$

أ_والمطلوب معرفة احتمال أن يكون عدد الأحذية المعيبة في العينة ٢٠ حذاء على الأقل.

في العينة و بهذا يكون المطلوب معرفة احتمال أن تكون نسبة المعيب في العينة ٠٠٠٠ فأكثر أي المطلوب:

حساب ح ( ل ﴾ ٥٠٠٠ )

$$\frac{P - J}{\frac{1}{100}} = \frac{P - J}{\frac{1}{100}} = \frac{P - \frac{1}{100}}{\frac{1}{100}}$$

و ص تتبع توزيعا طبيعيا قياسيا

عندما ل = ٥٠٠٠

ب _ المطلوب معرفة احتمال أن يكون عدد الأحذية المعيبة في العينة ١٦ حذاء على الأكثر _ أي المطلوب أي أن تكون نسبة الأحذية المعيبة في العينة هي ل = 17 على الأكثر. أي المطلوب حساب

$$\frac{P_{\gamma} - P_{\gamma}}{\sqrt{r^{3} - r^{3} \cdot r^{3}}} = \frac{V_{\gamma} - P_{\gamma} \cdot r^{3}}{\sqrt{r^{3} \cdot r^{3} \cdot r^{3}}}$$

ن ص تتبع توزیع طبیعی قیاسی عندما لہ = ۰٫۱۶

$$1)1\lambda = \frac{3\cdot (\cdot - 7\cdot (\cdot + 1))}{\cdot (\cdot \cdot 1)} = \lambda 1(1)$$

٠٠ ع ( لم ﴿ ١٠٠٤ ) = ع ( ص ﴿ ١١١١ )

= ٥ ر٠ + ح ( صفر ﴿ ص ﴿ ١١/١ )

= ٥ ر٠ + ١٠٨٣ر٠ = ١٨٨٠٠

مثال (٨): إذا كانت نسبة الطلاب الراسبين في جامعة ما هي ٩٪ وأخذت عينة عشوائية مكونة من ١٠٠٠ طالب. فما هو احتمال أن نجد في هذه العينة ٧٠ طالبا على الأكثر راسبن؟

الحل

نسبة الطلاب الراسبين في الجامعة = ١٠٠٠ وحجم العينة له = ١٠٠٠ طالب نفرض أن ل هي نسبة الطلاب الراسبين في عينات حجمها ١٠٠٠ طالب ندل تتبع توزيعا طبيعيا وسطه = ١٠٠٠ وانحرافه المعياري

وبما أن عدد الطلاب الراسبين في العينة ٧٠ طالبا نسبة الطلاب الراسبن في العينة = ٧٠٠٠

والمطلوب هو حساب:

.

ع ( ل ﴿ ٢٠٠٧ )

نفع

ئ. ص تتبع توزيع طبيعي قياسي

عندما ل = ۲۰ر۰

$$\omega = \frac{\gamma \cdot \zeta \cdot - \rho \cdot \zeta \cdot }{\rho \cdot \cdot \zeta} = \frac{-\gamma \cdot \zeta \cdot }{\rho \cdot \cdot \zeta} = -\gamma \gamma \zeta \gamma$$

ن ع ( ل ﴿ ٢٠٠٧ ) = ع ( ص ﴿ - ٢٢٧٢ )

= ٥٠٠ - ح ( صفر رح ص رح ٢٢٠٢)

= مر٠ - ١٢٨٤ر٠

= ۱۳۲۰ر۰

(٥-٧) _ التوزيع الاحتمالي لمجتمع الفروق بين متوسطين :

نفرض أن لدينا مجتمعين كبيرين من المفردات هما:

····· , rlm , 11m

····· , the , the

متوسط الأول بم وتباينه من المجتمع ومتوسط الثاني بم وتباينه من فإذا سحبنا عينة من المجتمع الأول حجمها م مفردة ووجدنا وسطها الحسابي من وانحرافها المعياري ع وسحبنا عينة من المجتمع الثاني حجمها بعمفردة ووجدنا وسطها الحسابي من وانحرافها المعياري ع

تفرض أننا حسبنا الفرق بين الوسطين فوجدنا: • = س - س

نلاحظ أن  $\overline{\mathbf{v}}_{1}$  ما هي إلا قراءة في مجتمع الأوساط الحسابية للعينات التي حجم كل منها له والمسحوبة من المجتمع الأول و  $\overline{\mathbf{v}}_{1}$  ما هي كذلك إلا قراءة في مجتمع الأوساط الحسابية للعينات التي حجم كل منها له مفردة والمسحوبة من المجتمع الثاني، وعلى ذلك فإن ف تعتبر قراءة في مجتمع ثالث هو مجتمع الفروق بين متوسطات العينات التي يمكن أخذها من المجتمعين والتي حجمها لم مفردة من الجتمع الأول و لم من المجتمع الثاني. والنظرية الآتية تعطي التوزيع الاحتمالي لمجتمع الفروق ف =  $\overline{\mathbf{v}}_{1}$  عندما يكون حجم العينات كبيرا.

نظرية (٣) : مجتمع الفروق ف يتبع توزيعا طبيعيا وسطه (٣-٨) وانحرافه المعياري ٥٠ (ف)

مثال (٩): مصنعان لإنتاج المصابيح الكهر بائية متوسط عمر المصباح من إنتاج المصنع الأول ١٥٠٠ ساعة وانحرافه المعياري ٢٠٠ ساعة بينما متوسط عمر المصباح من إنتاج المصنع الثاني ١٢٠٠ ساعة وانحرافه المعياري ١٥٠٠ ساعة سحبت عينة عشوائية حجمها ١٥٠ مصباحا من المصنع الأول وعينة أخرى حجمها ١٢٥ مصباحا من إنتاج المصنع الثاني لاختبارهما فأوجد:

إحتمال أن يزيد متوسط عمر المصباح من إنتاج المصنع الأول ٢٥٠ ساعة على الأقل عن متوسط عمر المصباح من إنتاج المصنع الثاني

الحل

عداد ۱۵۰۰ = المساعة ا

نفرض أن سي متوسط عمر المصباح في العينة المسحوبة من المصنع الأول وسي هي متوسط عمر المصباح في العينة المسحوبة من المصنع الثاني.

ف تتبع توزيعا طبيعيا وسطه (٨٫ ـ ٨٠) وانحرافه المعياري هو:

$$\frac{\frac{7}{70}}{\frac{7}{70}} + \frac{\frac{7}{70}}{\frac{1}{70}} = \frac{7}{100} + \frac{7}{100} = \frac{7}{100} + \frac{7}{100} = \frac{7}$$

$$\frac{3}{2} \quad (i)$$
 $\frac{3}{2} \quad (i)$ 
 $\frac{3}{2} \quad (i)$ 
 $\frac{3}{2} \quad (i)$ 
 $\frac{3}{2} \quad (i)$ 
 $\frac{3}{2} \quad (i)$ 

حيث ص تعتبر متغيرا طبيعيا قياسيا .

عندما ف =٢٥٠

ملحوظة (٣): إذا كانت العينتان مسحوبتين من مجتمعين لهما نفس المتوسط (أي أن  $\mu_{\mu} = \mu_{\mu}$ ) فإن مجتمع الفروق يكون له توزيع طبيعي وسطه الصفر وانحرافه المعياري  $\sigma$  (ف) [حيث أن  $\sigma$  (ف) كما هي معرفة سابقا].

## (٥-٨) - التوزيع الاحتمالي لمجتمع الانحرافات المعيارية:

نفرض أن لدينا مجتمعا كبيرا من المفردات له توزيع طبيعي وسطه مم وانحرافه المعياري ونفرض أننا سحبنا عينات حجم كل منها ن من هذا المجتمع وحسبنا التباين ع لكل عينة حدث:

، سر هي مفردات العينة

نجد أن قيمة ع" تتغير من عينة لأخرى وعلى ذلك فإن ع" متغير عشوائي له توزيع احتمالي. تعطيه النظرية الآتية:

نظرية (٤): فع متغير عشوائي يتبع توزيع كا بدرجات حرية (ن ١٠). و يعتبر التوزيع الاحتمالي للمقدار في من التوزيعات الاحتمالية التي يتطلب منا استخدامها المباشر في النواحي التطبيقية دراسة في نظرية الاحتمالات أعمق مما يمكن تقديمه على مستوى هذا الكتاب لهذا نكتفي بذكر هذا التوزيع كما هو موضح في الفقرة السابقة وذلك حتى يمكن الاستفادة منه في الباب التالي عندما نتكلم عن تقدير فترة ثقة لتباين المجتمع ك.

### تماريـــن

مجتمع مكون من المفردات ٦ ، ٩ ، ١١ ، ١٥ ، ١٧

احصر كل العينات الممكن سحبها (مع الإرجاع) من هذا المجتمع والتي حجم كل منها مفردتان ثم أوجد:

أ _ متوسط المجتمع وانحرافه المعياري .

ب_متوسط مجتمع المتوسطات الحسابية للعينات وانحرافه المعياري.

جـــ تحقق من صحة نتائجك بمقارنة النتائج في أ، ب.

٢ _ حل التمرين السابق إذا كان سحب مفردات العينة من المجتمع يتم بدون إرجاع.

مصنع لإنتاج نوع معين من المصابيح الكهر بائية _إذا علم أن متوسط عمر المصباح من إنتاج
 هذا المصنع ٨٠٠ ساعة والانحراف المعياري ٦٠ ساعة سحبت عينة عشوائية حجمها ٦٤ مصباحا فما هو احتمال أن متوسط عمر المصباح في المينة:

أ_ينحصربن ٧٩٠، ٨١٠ ساعة؟

ب_يقل عن ٧٨٥ ساعة؟

جـــيزيدعن ٨٢٠ ساعة؟

٤ وصل إلى أحد مستودعات للتخزين نوع معين من الطرود متوسط وزن كل منها ٨٠ كيلوجرام وانحرافه المعياري ١٦ كيلو جرام فاذا وضع عشوائيا ٢٥ طردا على مصعد داخل المخزن لرفعها إلى مكان تخزينها. فما هو احتمال أن لا تزيد هذه الحمولة عن الوزن المسموح به للمصعد وقدره ٢٢٠٠ كيلو جرام؟

إذا كانت نسبة المواليد الذكورفي مجتمع ما هي ١٥ر٠ فما هو احتمال أن نحصل على :

أ ــ أقل من ٥٤٪ ذكور؟

ب_مابن ٥٤٪ إلى ٦٠٪ إناث؟

حـــ أكثر من ٥٥٪ ذكور؟

وذلك في ٢٠٠ حالة ولادة.

٦ حل التمرين السابق إذا كان عدد الولادات ١٠٠ ولادة بدلا من ٢٠٠ موضحا الفرق بين
 النتائج في الحالتين .

٧ اشترى تاجر ١٠٠٠ صندوق تفاح من أحد مراكز توزيع الفاكهة والمعروف أن ٥٪ من التفاح
 الذي يعبئه هذا المركز فاسد. فما هو العدد المتوقع للصناديق التي تحتوي على:

أ _ أكثر من ٩٠ تفاحة جيدة؟

ب_٨٠ تفاحة أو أكثر جيدة؟

علما بأن كل صندوق يحتوي على ١٠٠ تفاحة .

٨ آلتان للانتاج _ معلوم لدينا أن متوسط عدد الوحدات التي تنتجها الآلة الأولى ٤٠٠٠ وحدة في اليوم الواحد بانحراف معياري ٣٠٠ وحدة والمتوسط اليومي لعدد الوحدات المنتجة بالآلة الثانية ٤٠٠٠ وحدة _ أخذت عينة عشوائية مكونة من ١٠٠ يوم من إنتاج الآلة الأولى وعينة أخرى حجمها ٥٠ يوما من إنتاج الآلة الثانية _ فما احتمال أن يكون الفرق بين متوسطى إنتاج الآلتين (في العينتين):

أ _ ٦٠٠ وحدة على الأقل؟

ب_. ٥٠ وحدة على الأكثر؟

٩_ في أحد اختبارات الذكاء لمجموعة كبيرة من الطلاب كان متوسط الدرجات ٧٥ درجة والانحراف المعياري ٨ درجات اخترنا عشوائيا مجموعتين من هؤلاء الطلاب حجم المجموعة الأولى ٣٠ طالبا وحجم المجموعة الثانية ٤٠ طالبا فما هو احتمال أن يكون الفرق بن متوسطى الدرجات في المجموعتين:

أ _ ثلاث درجات أو أكثر؟

ب_ منحصرا بين درجتين وستة درجات؟ ج_خسة درجات أو أقل؟

0 0 0

# الباب السادس

تقدير معالم المجتمع بفترات الثقة (العينات الكبيرة)



# تقدير معالم المجتمع بفترات الثقة (العينات الكبيرة)

## (١-١) _ معالم المجتمع وإحصاءات العينة:

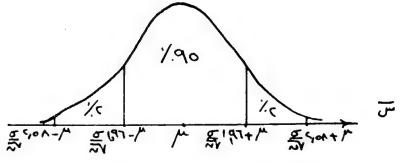
كما نعلم أن الهدف الأساني من دراسة مجتمع ما هو ايجاد أو تقدير بعض خصائصه مثل المتوسط مم والانحراف المعياري م ونسبة وجود ظاهرة معينة في المجتمع وغير ذلك من أدلة توصيف المجتمعات وهذه الخصائص تعتبر من أهم المعالم التي تحدد شكل كل مجتمع ولذلك فهي تسمى بمعالم المجتمع أو بارامترات المجتمع (parameters) وهي ثوابت لأن قيمتها ثابتة لا تتغير. وهذه المعالم غالبا ما تكون مجهولة ونرغب في معرفة قيمتها.

وحيث أن العينة العشوائية تعتبر صورة مصغرة من المجتمع فإننا نلجأ دائما إلى حساب ما يقابل معالم المجتمع في العينة وذلك من بيانات العينة والمقياس المحسوب من العينة يسمى إحصاء (Statistic). ولكل إحصاء أسلوب خاص في حسابه سنتكلم عنه فيما بعد والإحصاءات المناظرة للمعالم علم محتم والموسط الحسابي للعينة من والانحراف المعياري للعينة ع ونسبة الظاهرة في العينة ل على الترتيب. والإحصاء يعتبر متغيرا لأنه يتغير من عينة لأخرى. فمثلا الوسط الحسابي الذي نحصل عليه من عينة أخرى حتى ولو كانت العينتان مسحو بتين من مجتمع واحد.

وحيث أن الإحصاءات متغيرات فإن لكل منها توزيعا احتماليا معينا. فمثلا قد وجدنا أن الإحصاء <del>س</del> متغير عشوائي له توزيع احتمالي طبيعي عندما يكون حجم العينة كبيرا.

# (٢-٦) _ تقدير متوسط المجتمع باستخدام متوسط العينة:

نفرض أن لدينا مجتمعا كبيرا وسطه علم وانحرافه المعياري م ونرغب في معرفة القيمة المجهولة لمتوسط هذا المجتمع لذلك نسحب عينة عشوائية كبيرة حجمها (١٠٠> ٣٠ مفردة) ونحسب من هذه العينة الوسط الحسابي س والانحراف المعياري ع. كما نعلم فإن الإحصاء س في هذه الحالة يتبع توزيعا طبيعيا وسطه عمر وانحرافه المعياري ح . والآن نستخدم هذا التوزيع الاحتمالي في تقدير متوسط المجتمع عمر. ويمكن رسم منحنى هذا التوزيع كما يلي:



ومن خصائص التوزيع الاحتمالي السابق نعرف أن:

أي أن احتمال أن تختلف س عن ممر بمقدار ١٥٩٦ لم بالزيادة أو بالنقص يساوي ٩٥٠٠ ويمكن كتابة ذلك على النحو التالي:

وهذا يعطي لنا حدين، حد أعلى وحد أدنى تقع بينهما مم كما يحدد لنا قيمة احتمالية توضح لنا مدى ثقتنا في أن تقع مم بين هذين الحدين. وتسمى القيمة الاحتمالية بدرجة الثقة كما يسمى الحد (س- ١٩٩٦ (١٠٠٠) بحد الثقة الأعلى والفترة الحد (س+ ١٩٩٦ (١٠٠٠) بحد الثقة الأعلى والفترة بينهما تسمى فترة الثقة: و يسمى المقدار ١٩٩٦ بالدرجة المعيارية وهى قيمة المتغير الطبيعي القياسي (ص) المناظر للاحتمال ١٩٥٥.

وحيث أن ص = ٥٩٥٨ تناظر احتمال ٩٩ر. فيمكن استبدال القيمة ٩٦ر١ بالقيمة ٥٩٨ وحيث أن ص = ٥٩٨ بالقيمة ٥٩٠٠ فيمكن استبدال درجة الثقة ٥٩٠٠ بدرجة الثقة ٩٩ر. و بهذا نحصل على فترة الثقة التالية:

و بصفة عامة يمكن استخدام أي قيمة للتوزيع الطبيعي القياسي (ص) غير القيمتين ١٦٩٦، ٨٥ر٢ وهذا يترتب عليه تغيير درجة الثقة . والصيغة العامة لفترات الثقة هي:

حيث أن: (١ _ حرب الثقة.

، ص رحه هي قيمة المتغير الطبيعي القياسي المناظر لدرجة الثقة (١ ــ ٢٠ ).

فإذا أردنا استخدام درجة ثقة ٩٥٪ فإن ص ٢٦٩٦. وكذلك عند درجة الثقة ٩٩٪ نجد أن ص =٨٥ر٢.

ويمكن استخدام جدول التوزيع الطبيعي القياسي لتحديد قيمة ص المناظرة لأي درجة ثقة أرغبها.

ملحوظة (١): عند تقدير بم باستخدام فترات الثقة السابقة نجد أننا نحتاج لمعرفة - التي عادة تكون مجهولة لذلك نستخدم الانحراف المعياري للعينة ع بدلا من - كنوع من التقريب.

مثال (٨): مصنع لإنتاج المصابيح الكهر بائية. سحبت من إنتاجه عينة عشوائية حجمها ١٠٠ مصباح. فإذا كان متوسط عمر المصباح في العينة هو ١٢٠٠ ساعة وانحرافه المعياري هو ٢٥٠ ساعة فماذا تستنتج عن متوسط عمر المصباح في إنتاج المصنع كله؟

141

نفرض أن بمر متوسط عمر المصباح في إنتاج المصنع. عند درجة ثقة ٩٥ر، يكون:

وحيث أن 🕝 مجهولة نستخدم ع بدلا منها وعلى ذلك فإن:

$$\left[ \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} \times \frac{1}{1} \times \frac{$$

ُی آن

ومعنى هذا أننا نتوقع أن يتراوح عمر المصباح من إنتاج هذا المصنع بين ١١٥١ ساعة و١٢٤٩ ساعة وأننا نثق في هذا القرار ر بدرجة ثقة ٥٩٠.

ملحوظة (٢): فترات الثقة السابقة كلها خاصة بالمجتمعات الكبيرة ولكن إذا كان المجتمعات عدودا فإننا نستبدل الانحراف المعياري للوسط الحسابي  $\frac{}{\sqrt{100}}$  بما يناظره في حالة المجتمعات المحدودة وهو  $\frac{}{\sqrt{100}}$   $\sqrt{\frac{100}{100}}$  وعلى ذلك فإن فترات الثقة في حالة المجتمعات المحدودة تكون كالآتي:

$$\frac{\sigma}{NV} = \frac{\sigma}{N} + \frac{\sigma}{N} = \frac{N}{N} + \frac{\sigma}{N} = \frac{\sigma$$

حیث أن : ن هی حجم المجتمع ، **ن** هی حجم العینة

مثال (٨): سحبت عينة عشوائية مكونة من ٥٠ طالبا من طلبة كلية الاقتصاد والإدارة البالغ عددهم ألف طالب. فإذا كان متوسط عمر الطالب في العينة ٢٠ سنة والانحراف المعياري ٣ سنوات فأوجد بدرجة ثقة ٩٩٪ متوسط عمر الطالب في الكلية.

وعلى ذلك فإِن :

$$\frac{2}{\sqrt{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{2}{$$

$$\frac{7}{2} \left[ \frac{1}{1 - \sqrt{10}} \right] = \frac{100}{100} \left( \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}} \right) \times \sqrt{100} \times \sqrt{100}$$

$$\frac{1}{100} \left[ \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}} \right] = \frac{100}{100} \left( \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{100}} \right) \times \sqrt{100}$$

أي أن متوسط عمر الطالب في الكلية يتراوح بين ١٨ر١٨ عاما و٢١،٠٧ عاما تقريبا وذلك بدرجة ثقة ٩٩٪.

مثال (٩): سحبت عينة مكونة من ٥٠ طالبا من طلبة كلية الاقتصاد والادارة البالغ عددهم ألف طالب وكان توزيع أعمار الطلبة في العينة كما يلي:

المجموع	YY-Y0	77	- 11	- 19	- 1Y	فئات العمر بالسنوات
٥٠	۲	w	7	70	18	عدد الطلبــة

والمطلوب: تقدير متوسط العمر بدرجة ثقة ٩٩٪.

نبدأ أولا بإيجاد الوسط الحسابي والانحراف المعياري من بيانات العينة كما يلي:

ع × ^۲ د	ع×ك	<del>7</del> − <del>0</del> = €	۳۰ – ۳	مر اکزالفشات س	عدد الطلبة ك	فشات العمسر
18	17 -	1 -	۲ –	1.4	17	-1 Y
مفر	صفر	مقر	مفر	7.	To	-19
٦	٦	1	۲	77	٦	-11
17	٨	۲	٤	71	٤	_17
1.4	٦	۲	٦	77	۲	17-10
٥٣	Y				٥٠	المجموع

$$\overline{v} = .7 + \frac{V}{.0} \times 7 = .7 + \lambda 7 (. = \lambda 7)$$

$$\frac{\Upsilon(\frac{V}{o\cdot}) - \frac{o\Gamma}{o\cdot}}{V} \times \Upsilon = \epsilon$$

= 
$$7 \times \sqrt{5 \cdot (1 - 7 \cdot (1 - 7$$

والآن يمكن استكمال الحل كما في المثال السابق تماما

حىث أن:

$$\overline{v} = \lambda T c \cdot Y$$
 $\overline{v} = \lambda T c \cdot Y$ 
 $\overline{v} = \lambda C \cdot Y$ 

وعلى ذلك يكون :

أي أننا نتوقع أن ينحصر متوسط عمر الطالب في الكلية بين ٥٥ر١٩ عاما و٢١٫٠١ عاما ودرجة ثقتنا في هذا القرار هي ٩٩٪.

## (٦-٣) ـ تقدير نسبة وجود ظاهرة معينة في المجتمع:

أحيانا يكون من المرغوب فيه معرفة نسبة وجود ظاهرة معينة في مجتمع ما مثل نسبة الأميين في مدينة كبير_أونسبة العاطلين في الدولة_أونسبة الذكورفي بلدما أوما شابه ذلك .

في هذه الحالة يمكن استخدام بيانات العينة لتقدير هذه النسبة في المجتمع. تماما مثل حالة الوسط الحسابي ــ ولإيضاح ذلك سنرمز للنسبة في المجتمع بالرمز 🎤 والنسبة المحسوبة من العينة بالرمزل. وكما تكلمنا عن نظرية النزعة المركزية نود أن نذكر أنه يوجد نظرية أخرى تسمى نظرية الأعداد الكبيرة للعالم الإحصائي «دي موافر» وفيما يلي نص هذه النظرية:

نظرية (١) : إذا كانت 🏱 هي نسبة وجود ظاهرة معينة في مجتمع ما وسحبت منه عينات كبيرة arphiحجم كل منها  $oldsymbol{v}$ وكانت ل هى نسبة هذه الظاهرة في العينات فان ل تتبع توزيعا طبيعيا وسطه وانحرافه المعياري 🕝 (ل).

حيث إن:

$$\frac{(P-1)P}{\lambda}$$

$$= (J)\sigma$$

$$\frac{(P-1)P}{\lambda}$$

$$= (J)\sigma$$

$$\frac{(P-1)P}{\lambda}$$

$$= (J)\sigma$$

وعادة عند حساب  $\sigma$  (ل) نستخدم نسبة الظاهرة في العينة ل بدلا من النسبة  $\rho$  حيث تكون  $\rho$  عادة مجهولة وعلى هذا يمكن استخدام النظرية السابقة لإيجاد فترة الثقة للنسبة  $\rho$  على الصورة التالية:

ع [ ل - مِن × مى (ل) \ P \ ل + مِن مى (ل) ] = ١ - م. حيث صبي هى قيمة المتغير الطبيعي القياسي السابق تعريفها.

مثال (١٠): في مصنع لإنتاج الأحذية أخذت عينة عشوائية حجمها ٧٠٠ حذاء ووجد أن ١٠٠ حذاء منها معيبة _ أوجد بدرجة ثقة ٩٠٪ نسبة المعيب في الإنتاج كله.

#### الحل

عند درجة الثقة ٩٥٪ تكون ص = ١٩٩٦ نسبة المعيب في العينة ل =  $\frac{11}{0.0}$  = 10. حجم العينة 0 = 0.0نفرض أن نسبة المعيب في الإنتاج كله 0

وحيث أن  $\mathcal{P}$  مجهولة لذلك نستخدم النسبة ل بدلا من  $\mathcal{P}$  كنوع من التقريب في تقدير  $\mathcal{P}$  (ل) و بذلك تكون

$$\nabla (C) = \sqrt{\frac{1 - 1}{C}} = \sqrt{\frac{1 - 1}{C}} = \sqrt{\frac{1 - 1}{C}} = PVIC.$$

وحيث أن:

أي نتوقع أن تقع 🌈 بين ١٦٥ر. ، ٢٣٥. وذلك بدرجة ثقة ٩٥٪.

مثال (١١): أخذت عينة عشوائية حجمها ١٠٠ رجل من إحدى القرى الصغيرة ووجد أن نسبة الأميين فيها ٧٥٪ فما الذي تستنتجه عن نسبة الأميين من الرجال في القرية كلها إذا علمت أن عدد رجال القرية ٥٠٠ رجل؟

#### الحل

نستخدم مثلا درجة ثقة ٩٩٪ فتكون ص ٥٠٠ والنسبة في العينة ل ٥٥٠ وحجم العينة ن ٥٠

نفرض أن نسبة الأميين بين رجال القرية P وحيث أن المجتمع حجمه ٠٠٠ فرد فهو مجتمع محدود وعلى هذا تكون

$$(U) = \frac{(U - U) \times (U - U)}{(U - U)} \times (U) = (U)$$

$$= \frac{(U - U) \times (U - U)}{(U - U)} = V$$

[(J) 0 T) 0 A + J > P > (J) 0 T) 0 - J] =

ن ع [ ٥٧٠٠ - ٨٥٠٦ × ٣٩٠٠٠ ج ٦ ٥٧٠٠ + ٨٥٠٦ × ٣٩٠٠٠] = ٩٩٠٠

أي نتوقع أن تنحصر نسبة الأميين لرجال القرية بين ٦٥٪ ، ٨٥٪ وذلك بدرجة ثقة ٩٩٪ .

ملحوظة (٣): عندما نقول أن درجة الثقة في نتيجة معينة ٩٥٪ يكون معنى ذلك أن ٩٥٪ من العينات العشوائية المسحوبة من المجتمع الأصلي تعطي مثل هذه النتيجة.

(٦-٤) _ إنشاء فترة ثقة للفرق بن متوسطى مجتمعين:

نفرض أن لدينا مجتمعين كبيرين المجتمع الأول متوسطه  $\mathcal{M}_{i}$  وانحرافه المعياري مولات والثاني متوسطه  $\mathcal{M}_{i}$  وانحرافه المعياري معرفة الثاني متوسطه على حدة ولكن يهمنا تقدير الفرق بينهما أي نرغب في تقدير ( $\mathcal{M}_{i} - \mathcal{M}_{i}$ ) بفترة ثقة مناسة .

ويمكننا إيجاد فترة الثقة المطلوبة وذلك باتباع الخطوات الآتية:

أ ــ نسحب عينة كبيرة حجمها م من المجتمع الأول ثم نحسب متوسطها الحسابي س وانحرافها المعياري ع.

ب _ نسحب عينة كبيرة حجمها هم من المجتمع الثاني ونحسب متوسطها الحسابي <del>س</del> وانحرافها المعياري ع .

يتبع توزيعا طبيعيا قياسيا .

د ــ من خواص التوزيع الطبيعي القياسي نجد أن:

، ف + ١٩٩٦ ( ف ) بيساوى ١٩٩٠
 هذه العبارة الأخيرة بمكن كتابتها على الصورة التالية :

ف - ١٩٦٦ ص (ف) ، ف + ١٩٦٦ ص (ف) بدرحة ثقة ٩٥٪

وإذا أردنا إيجاد فترة ثقة بدرجة ثقة ٩٩٪ فكما نعلم نستبدل ٩٦ر١ بالقيمة ٥٥٨٪. و بصفة عامة يمكن كتابة فترة الثقة في الصورة الآتية:

حىث أن:

وعلى ذلك تكون فترة الثقة المطلوبة هي:

، ص هي قيمة المتغير الطبيعي القياسي التي تحصر على يمينها مساحة قدرها بح . هي نذلك بكون:

$$\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{50}} + \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{50}} = (30) \circ 0.$$

ملحوظة (١): عادة تكون ٥٠،٥٠ بجهولتان لذلك فإننا في مثل هذه الحالات نستخدم بدلا منهما الانحراف المعياري للعينة الأولى ع والانحراف المعياري للعينة الثانية ع على الترتيب.

مثال (١٢): أخذت مجموعتان متماثلتان من التلاميذ الأولى بهاء ٥٠ تلميذا والثانية بها ١٠٠ تلميذ واستعملت طريقة خاصة لتدريس الرياضيات المعاصرة للمجموعة الأولى بينما استعملت طريقة أخرى عادية للمجموعة الثانية. وفي نهاية الدورة الدراسية وجد أن متوسط درجات المجموعة الأولى ٥٠ درجة والانحراف المعياري ٤ درجات بينما كان متوسط المجموعة الثانية ٢٠ درجة والانحراف المعياري ٥ درجات _ كوّن لنا فكرة واضحة عن مدى تأثير الطريقة الخاصة في التدريس وذلك بإنشاء فترة ثقة مناسبة للفرق بين المتوسطين.

الحل

٠٠ ف = ١٥ ـ ١٥ = ٥

$$\cdot$$
 ۷۷۰ =  $\frac{70}{1 \cdot \cdot}$  +  $\frac{17}{\cdot \cdot}$   $\sqrt{\phantom{0}}$  = (ف)  $\sqrt{\phantom{0}}$ 

= ٥ - ١٩٦ × ١٧٩٥

=٥ر٣ درجة

وهذا يبين لنا بوضوح أنه بدرجة ثقة ٩٥٪، تؤدي الطريقة الخاصة إلى رفع متوسط درجات الرياضة المعاصرة بمقدار يتراوح بين ثلاثة درجات ونصف إلى ستة درجات ونصف.

كذلك إذا استخدمنا درجة الثقة ٩٩٪ فسوف نجد أن ارتفاع الدرجات يتراوح بين ٣٦١ درجة إلى ٩ر٦ درجة .

#### (٦-٥) _ تقدير تباين المجتمع من بيانات العينة:

في بعض الدراسات الإحصائية نجد أنفسنا بحاجة إلى معرفة تباين المجتمع و كثيرا ما يكون هذا التباين مجهولا غير معروف لنا. لهذا نلجأ إلى بيانات العينة لتقدير تباين المجتمع. فمثلا عند تقدير متوسط المجتمع باستخدام متوسط العينة استطعنا إيجاد فترات ثقة مناسبة كما هومبين في البند (٦-٢) ولكن كانت فترات الثقة تعتمد على الانحراف المعياري للمجتمع م ، وأحيانا تكون م مجهولة لذلك أشرنا في ملحوظة (١) بند (٦-٢) أننا في مثل هذه الحالة نستخدم الانحراف المعياري للمجتمع م أي أننا نستخدم تباين الانحراف المعياري للعينة ع كتقدير للانحراف المعياري للمجتمع أي أننا من بيانات العينة ع كتقدير لتباين المجتمع على وهذا التقدير يسمى التقدير بنقطة أي أننا من بيانات العينة يمكننا الحصول على قيمة عددية وحيدة لتباين العينة ع واعتبرناها تقديرا لتباين المجتمع أن التقدير بنقطة هو التقدير بقيمة عددية وحيده وهو تقدير مقبول وجيد و يستخدم في كثير من الدراسات الإحصائية ولكننا الآن نرغب في إيجاد فترة ثقة للانحراف المعياري للمجتمع كما فعلنا في حالة متوسط المجتمع .

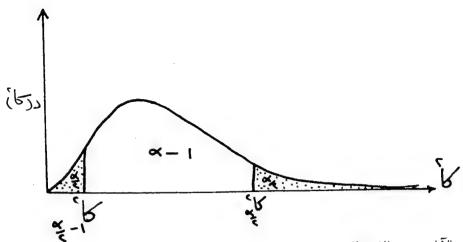
لكي نحصل على فترات الثقة المرغوبة نتذكر الآتي:

أ نعلم أنه إذا سحبنا عينة حجمها من المشاهدات المستقلة س، س، من من المشاهدات المستقلة س، س، س، من من مجتمع طبيعي وسطه به وتباينه 6 فإن: مع المحتمد الم

ع عنه المعينة كبيرة. عن العينة عند العينة عند العينة عند التقيد المن العينة كبيرة .

ب_نعلم من معلوماتنا عن توزيع كالم كما يتضح من البند (٣-٩) أن:

كما هوموضح في الشكل التالي:

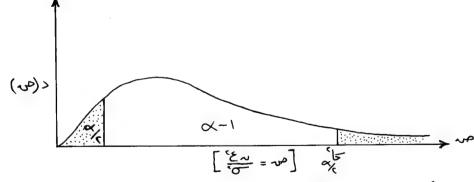


والآن نستخدم الملاحظات السابقة:

حيث أن:

$$r(\overline{w} - w) \leq \frac{1}{r_0} = \frac{r_{\varepsilon N}}{r_0} = \sqrt{\rho}$$

يتبع توزيع كا البدرجات حرية (١٠ -١) فإن:



ولكن الاحتمال السابق يكافىء الاحتمال:

وهذا يكافىء:

$$\alpha - 1 = \left[ \frac{\frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\xi}}}{\sqrt{\xi}} \right] = \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{\xi}}$$

علما بأن درجات الحرية =٧٠ . وهذا يعطى فترة ثقة لها الحدان التاليان:

ودرجة الثقة = ١ = ٠

وهذه تسمى فترة ثقة مركزية بمعنى أن مستوى المعنوية م منقسم إلى قسمين متساويين كل وهذه تسمى فترة ثقة مركزية بمعنى أن مستوى المعنوية من الرسم السابق حيث نجد في الذيل الأيسر كما هو واضح من الرسم السابق حيث نجد أن المساحتين المظللتين متساويتان وكل منهما تساوي هي .

فمثلا إذا أردنا استخدام درجة الثقة ١ – ٥ = ٩٠٪ سيكون مجموع المساحتين المظللتين في الرسم السابق ٥٪ وعلى هذا يمكن تحديد فترة الثقة باستخدام كالمرم، كالمرم، فتكون فترة الثقة هي:

وكذلك إذا استخدمنا درجة ثقة ٩٩٪ فإنا نحدد فترة الثقة باستخدام كلم. و وكذلك إذا استخدمنا درجة ثقة ٩٩٪ و وكذلك وتكون فترة الثقة هي:

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} = 99c.$$

مثال (١٣): سحبت عينة حجمها ١٦ طالبا من طلبة إحدى المدارس وقيست أوزانهم فوجد أن الانحراف المعياري لأ وزان الطلاب في العينة ٢ر٢ كيلو جرام. أوجد فترة ثقة للانحراف المعياري لأ وزان الطلاب في المدرسة كلها:

أولا: باستخدام درجة ثقة ٩٥٪ ثانيا: باستخدام درجة ثقة ٩٩٪

#### الحل

عند درجة الثقة ٩٥٪ ستحدد فترة الثقة من الاحتمال الآتي:

وبما أن حجم العينة دم = 17 إذن درجات الحرية م = 10

و يكون: الحد الأدنى لفترة الثقة <u>ع لا م</u> الحد الأدنى كفترة الثقة <u>ع لا م</u>

لمعزفة قيمة كالمهو. نبحث في جدول توزيع كا العند درجات الحرية م  $\sim 1$  والاحتمال  $\sim 10$  بنائه عند تقاطع الصف م  $\sim 10$  مع العمود  $\sim 10$ 

وسنجد أن كالمم. و. = ٢٧٤٨٨٤

و بالمثل سنجد کا $_{\mathbf{v}p_{e}}^{\mathbf{v}}$  عند تقاطع الصف م = ١٥ مع العمود  $\mathbf{x}=9$ ٧٥٠ ونحصل على  $_{\mathbf{v}p_{e}}^{\mathbf{v}}$ 

و بهذا تكون فترة الثقة للانحراف المعياري 🕳 هي:

$$\frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{1115}} = \frac{7\sqrt{9}}{\sqrt{1117}\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{9}}{\sqrt{1117}\sqrt{7}} = \frac{10}{\sqrt{100}} = 300$$

وذلك بدرجة ثقة ٩٥٪

و بهذا يمكن القول أن الانحراف المعياري لأ وزا طلبة المدرسة جميعهم ينحصر بين ١٨٨٣ ، ٢٨٨٣ كيلوجرام وأن درجة ثقتنا في هذا الكلام هو ٩٥٪

ثانيا: بأسلوب مماثل لما اتبعناه في أولا ولكن باستخدام درجة ثقة ٩٩ر. سنجد أن فترة الثقة يمكن تحديدها من الاحتمال الآتي:

ومن جدول كا أنجد أنه عند درجات الحرية م = ١٥ يكون:

الحد الأدنى لفترة الثقة = 
$$\frac{3\sqrt{\sqrt{\sqrt{27}}}}{\sqrt{\sqrt{27}}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{27}} = \frac{7\sqrt{p}}{\sqrt{27}} = \frac{7\sqrt{p}}{\sqrt{27}}$$
 الحد الأعلى لفترة الثقة =  $\frac{3\sqrt{\sqrt{27}}}{\sqrt{27}} = \frac{7\sqrt{p}}{\sqrt{27}} = \frac{7\sqrt{p}}{\sqrt{27}} = \frac{7\sqrt{p}}{\sqrt{27}}$ 

إذن عند درجة الثقة ٩٩٪ نجد أن الانحراف المعياري للمجتمع ينحصر بين ٦٧٦را ، ٤٧٦ر كيلو جرام.

نلاحظ أنه كلما زادت درجة الثقة كلما اتسعت فترة الثقة فعندما كانت درجة الثقة ٩٥٪ كانت فترة الثقة (٩٠٪ أصبحت فترة الثقة (٦٧٦ر١ ، كانت فترة الثقة (٣٨٨ لـ ٤٧٦ر١) بينما أصبحت درجة الثقة ٩٩٪ أصبحت فترة الثقة (٢٧٦ر١ ، ٤٧٦ر٤) و بهذا تكون الزيادة في الثقة على حساب دقة الفترة نفسها .

# الباب السابع

اختبار الفروض الإحصائية



# اختبار الفروض الإحصائية

#### : مقدمة :

تعتبر نظرية التقدير واختبارات الفروض الإحصائية من أهم الطرق الإحصائية بصفة عامة. وقد ناقشنا في الباب السادس طريقة تقدير بعض معالم المجتمع مثل متوسط المجتمع الانحراف المعياري للمجتمع ونسبة ظاهرة معينة في المجتمع أما هذا الباب فسيخصص للتعرف على مبادىء اختبارات الفروض الإحصائية دون الدخول في التفاصيل الأساسية وسنتكلم عن الفرض الإحصائي وكيفية إجرائه. ولتوضيح هذه المفاهيم نأخذ مثالا من الواقع.

كما نعلم في كثير من الحالات العملية وفي مجالات العمل المختلفة قد يجد الإنسان نفسه في موقف معين يتطلب منه اتخاذ قرار بناء على معلومات معينة وطبيعي أن يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمة و بأقل قدر ممكن من المخاطر إذ أن هذا القرارقد يترتب عليه نفقات قد تكون طائلة و بالتالي لابد أن يكون لها ما يبررها . فمثلا نفرض أن مصنعا لإنتاج بعض أنواع المعلبات يستخدم نوعا معينا من الآلات لتعبئة الإِنتاج النهائي في علب معدنية وكان معلوما لدى مدير المصنع أن متوسط عدد الوحدات التي تعبئها الآلة من هذا النوع هو ١٥٠ علبة في الساعة ونفرض أنه ظهر في الأسواق نوع جديد من آلات التعبئة وادعى منتج هذا النوع من الآلات أن الآلة تقوم في المتوسط بتعبئة عدد أكبر من العلب في الساعة عما تقوم به الآلة من النوع الأول. في مثل هذه الحالات قد يرغب مدير المصنع استبدالالآلات الموجودة فيمصنعه بآلات مزالنوع الجديد ولكن هذا القرارسوف يترتب عليه تحميل المصنع نفقات كبيرة تتمثل في الاستغناء عن الآلات الموجودة وشراء آلات جديدة قد تكون بمبالغ طائلة بالإِضافة إلى تعطيل المصنع فترة لتركيب الآلات الجديدة. لهذا لابد لمدير المصنع أولا أنّ يتأكد من أن متوسط الإنتاج للآلات من النوع الجديد أعلى فعلا من النوع القديم وليس أمامه إلا طريقة واحدة هي أن يجرب آلة من النوع الجديد وذلك بتشغيلها عدة ساعات (كعينة) ويحصر عدد الوحدات المنتجة في كل ساعة وكذلك متوسط عدد الوحدات في كل العينة _ نفرض أنه وجد أن متوسط عدد الوحدات المنتجة هو ١٧٠ علبة في الساعة_ فهل معنى ذلك أن النوع الجديد يعطى وحدات أكبر من النوع الأول أم أن هذا الفرق راجع إلى مجرد الصدفة.

إذا استطاع مدير المصنع أن يعرف بطريقة ما و بشىء من الثقة أن هذا الفرق لا يمكن أن يكون راجعا إلى مجرد الصدفة فإن معنى ذلك أن الآلة من النوع الجديد تقوم فعلا بتعليب عدد أكبر من الوحدات في المتوسط عما تقوم به الآلة من النوع الأول و بالتالي يكون من الحكمة اتخاذ قرار بتغيير الآلات. أما إذا ظهر لنا بأسلوب ما أن هذا الفرق راجع إلى مجرد الصدفة وحدها وأن النوع الجديد من الآلات لا يعطي وحدات أكبر من النوع الأول فلا داعي إذن لاستبدال الآلات.

من المثال السابق يمكننا التعرف على معنى كل من المفاهيم التالية:

أ _ الفرض الإحصائي.

ب_ اختبار الفرض الإحصائي.

جـ درجة الثقة.

جـــ مستوى المعنوية.

إن ادعاء منتج النوع الجديد من الآلات بأن متوسط عدد الوحدات التي تعبئها الآلة من هذا النوع أكبر من متوسط عدد الوحدات للنوع الأول هذا الادعاء يسمى فرضا احصائيا لأنه يفترض أن متوسط عدد الوحدات للآلة من النوع الجديد أكبر من ١٥٠ وحدة وهو متوسط العدد للآلة من النوع الأول كما أن الأسلوب أو الطريقة التي بواسطتها يستطيع مدير المصنع الحكم على صحة هذا الفرض تسمى بالاختبار الإحصائي للفرض.

إن الاختبار الإحصائي لفرض ماه___ و مجموعة من القواعد تمكننا من قبول أو رفض هذا الفرض. ومقدار ثقتنا في القرار المتخذ بالرفض أو القبول يسمى درجة الثقة _ كما أن مقدار عدم الثقة يسمى مستوى المعنوية.

إن المواقف التي نكون فيها بصدد اتخاذ قرار ما هي مواقف كثيرة ومتعددة وما المثال السابق إلا واحد من هذه المواقف فيها بصدد اتخاذ قرار ما هي مواقف كثيرة ومتعددة وما المثال السابق إلا واحد من هذه المواقف في علاج مرض معين أو إذا كانت طريقة معينة لتدريب العمال تؤدي إلى رفع كفاءتهم الإنتاجية أو مدى تأثير السمنة على حياة الإنسان أو مدى تأثير التدخين في زيادة احتمال الإصابة بمرض السرطان أو غير ذلك. ولكن في كل حالة يكون مطلوب منا تنفيذ ثلاث خطوات هي:

- (أ) صياغة الفرض الإحصائي.
- (ب) إجراء الاختبار الإحصائي بأسلوب معين.
- (ج) اتخاذ القرار إما بقبول أو رفض الفرض وذلك بدرجة ثقة معينة .

وسنتكلم بصورة سريعة عن كل خطوة من الخطوات الثلاث السابقة لإلقاء بعض الضوء عليها.

### (أ) صياغة الفرض الإحصائي:

دائما نصيغ الفرض الإحصائي بصورة معاكسة تماما للحالة التي نريد اختبارها فمثلا في حالة التفرقة بين نوعين من الآلات تستخدم في الإنتاج وكان هناك ادعاء أن متوسط إنتاج الآلة من النوع الأول و يراد إجراء اختبار إحصائي لهذا الادعاء فإننا نفترض دائما حسن النية ونبدأ بوضع الفرض الإحصائي الآتي:

## تماريـــن

١ الجدول التالي يوضح توزيع عينة من الأسر في إحدى القرى حسب الإنفاق اليومي بالريال

المجموع	-1	-40.	_٣٠٠	-70.	-7	-10+	-1	فشات الانبغاق بالريال
1	٨	17	۱۷	70	10	18	1.	عدد الأسر

والمطلوب تقدير متوسط الإنفاق اليومي في هذه القرية ودلك بدرجة ثقة ٩٥٪ في الحالتين الآتيتن:

أولا : إذا كانت هذه القرية كبيرة

ثانيا: إذا كانت هذه القرية صغيرة وعدد الأسر فيها ٣٠٠ أسرة.

٢ ــ حل التمرين السابق مع اعتبار درجة ثقة ٩٩٪.

عينة عشوائية مكونة من ٦٤ صماما أليكترونيا عاشت في المتوسط ٨٥٠ ساعة مع انحراف
 معياري ٤٨ ساعة. أوجد فترة ثقة باحتمال ٩٥٪ لمتوسط أعمار جميع الصمامات.

٤ مصنع ينتج قضبانا حديدية، أخذت عينة عشوائية مكونة من ١٥٠ قضيب من إنتاج هذا المصنع وقيست أطوالها فكانت كما يأتي:

المجمسوع	-1.4.	-1.5	-1 • 1 • 1	-1 • • •	-99.	-44.	الطول بالعلليمتر
10.							عدد القضيان

ما الذي تستنتجه عن الوسط الحسابي لطول القضيب في الإنتاج الكلي لهذا المصنع؟

- تحتفظ شركة ببيانات عن الإنتاج اليومي لكل من عمالها وتضع هذه البيانات في اعتبارها عند النظر في زيادة أجور هؤلاء العمال. وعند النظر في حالة أحد العمال أعطيت البيانات التالية عن إنتاجه في التسعين يوما الأخيرة على اعتبار أن هذه البيانات عينة عشوائية من إنتاجه العام.

ما الذي تستنتجه من هذه البيانات عن الوسط الحسابي لإنتاج هذا العامل؟

المجمـــوع	-77.	-11.	-7	-19.	-14.	-14.	عدد الوحــدات المنتجةفي اليوم
1.	٨	17	۲٠	70	17	٩	عدد الايـــام

٦ الجدول التالي يبين توزيع عينة من ١٣٠٠ من عمال المحال التجارية بحسب أعمارهم.

المجمسوع	٦٠ الى اقلمن ٧٠	- 0.	- £·	- *•	- 4.	- 1.	فئات الأعمال بالسنة
17	**	1-1	147	799	797	AAY	عدد العمال

باستخدام بيانات الجدول السابق استنتج:

أ ــ نسبة عمال التجارة الذين تقل أعمارهم عن ٣٠ سنة في المجتمع كله بـــ نسبة عمال التجارة الذين تبلغ أعمارهم ٥٠ سنة فأكثر في المجتمع كله .

جــ عدد عمال التجارة الذين تتراوح أعمارهم بين ٣٠، ٧٠ سنة.

وذلك إذا علمت أن عدد عمال التجارة في المجتمع كله هو ١٥٠ ألف عامل.

إذا عرفنا الأسر الصغيرة بأنها الأسر المكونة من ٣ أفراد أو أقل والأسر المتوسطة بأنها الأسر التي يتراوح عدد أفرادها بين ٤،٦ أفراد والأسر الكبيرة بأنها تلك التي يزيد عدد أفرادها عن ٦ أفراد. فاستعمل بيانات الجدول التالي في إيجاد نسبة الأسر من كل من هذه الأحجام الثلاثة في المجتمع الذي أخذت منه العينة.

« الجدول التالي يبين توزيع ٥٠٠ أسرة بحسب عدد الأفراد »

المجمسوع	٨	٧	٦	۰	٤	٣	۲	١	عدد الاقراد
0	٧	٣٠	7.	1 8 Y	1.7	YI	79	1.4	عدد الأسسر

مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية سحبت منه عينة مكونة من عشرة مصابيح و وجد أن الانحراف المعياري لعمر المصباح في العينة ١٢٠ ساعة قدربفترة ثقة مناسبة الانحراف المعياري لعمر المصباح في إنتاج المصنع وذلك:

أ _ بدرجة ثقة ٩٥٪

ب_بدرجة ثقة ٩٩٪

٩ حل التمرين السابق إذا كان حجم العينة ٢٥ مصباحا والانحراف المعياري ١٢٠ ساعة كما هو.

«نفترض عدم وجود اختلاف بين متوسطي الإنتاج للنوعين من الآلات» و يسمى هذا الفرض بفرض العدم ونرمز له بالرمزف ثم نجري الاختبار وتكون نتيجة الاختبار إما قبول ف أو رفضه فإذا كان القرار قبول ف كان معنى ذلك أنه لا يوجد اختلاف بين متوسطي الإنتاج في النوعين من الآلات وأن الاختلاف الموجود لدينا هو اختلاف ظاهري نتيجة للصدفة وحدها ودائما في الواقع يقابل فرض العدم ف فرض معاكس له يسمى الفرض البديل و يرمز له بالرمز ف فإذا كان فرض العدم هو:

«عدم وجود اختلاف» _ يكون الفرض البديل ف. هو:

«وجود اختلاف حقيقي وليس ظاهري». وقبول فرض العدم في معناه الفرض البديل ف، ورفض فرض العدم يكون معناه أنه لا يوجد لدينا من المبررات ما يكفي لرفض الفرض البديل ف، وفي هذه الحالة لا يكون في وسعنا إلا قبوله.

#### (ب) إجراء الاختبار الإحصائي:

دائما نجري الاختبار لرفض أو قبول فرض معين نبدأ به ونسميه فرض العدم في ثم نسحب عينة عشوائية ومن بيانات العينة نحسب إحصاء معينا مثل المتوسط ( س ) أو النسبة ( ل ) أو الانحراف المعياري (ع ) أو أي دالة معينة في أحد هذه الإحصاءات أو غير ذلك .

والخطوات التالية تلقي مزيدا من الضوء على كيفية إجراء الاختيار الإحصائي:

- ١ نفرض أن لدينا مجتمعا ما يتبع توزيعا احتماليا معينا وأن هذا التوزيع الاحتمالي يعتمد على بعض المعالم (مثل متوسط التوزيع ٤٨ أو الانحراف المعياري و أو نسبة ظاهرة معينة في هذا المجتمع ٩٠.
  - ٢ _ نفرض أن المطلوب اختبار فرض عدم معين في حول أحد هذه المعالم أو أي دالة فيها .
- ٣ نبحث عن إحصاء معين يعتبر أحد تقديرات المعلمه التي يدور حولها الفرض أو دالة في هذا
   التقدير وسبق أن أوضحنا في بند (٦-١) أن الإحصاء ما هو إلا متغير عشوائي يتبع توزيعا
   معمنا .
- ٤ __باعتبار أن فرض العدم صحيح نبحث عن التوزيع الاحتمالي لهذا الإحصاء ونقوم برسم شكل التوزيع الاحتمالي للإحصاء باعتبار أن المحور الأفقي هو قيم الإحصاء والمحور الرأسي يمثل دالة الاحتمال علما بأن جميع الإحصاءات التي سوف نتناولها لها توزيعات احتمالية سبق دراستها.
- بناء على درجة الثقة المطلوبة يمكن تقسيم محور المتغير العشوائي (محور الإحصاء) إلى منطقتين إحداهما تسمى منطقة القبول والأخرى تسمى منطقة الرفض. حيث أن المساحة أسفل منحنى التوزيع وأعلى منطقة القبول تساوي درجة الثقة، بينما المساحة أسفل منحنى التوزيع، وأعلى منطقة الرفض تسمى مستوى المعنوية.

٦ نسحب عينة عشوائية من المجتمع ومنها نحسب القيمة المشاهدة لهذا الإحصاء ونحاول رصد هذه القيمة على المحور الأفقي الذي يمثل قيم الإحصاء _سنجد_ أن هذه القيمة إما أن تقع في منطقة القبول أو تقع في منطقة الرفض.

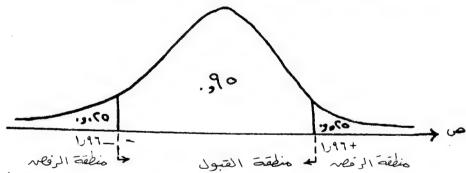
#### (ج) اتخاذ القرار:

إذا وقعت القيمة المشاهدة للإحصاء والمحسوبة من بيانات العينة في منطقة القبول، فإننا نقبل فرض العدم ف بدرجة الثقة المحددة وعلى ذلك نرفض البديل ف أما إذا وقعت القيمة المشاهدة في منطقة الرفض كانمعنى ذلك أننا نرفض ف أو بمعنى آخر ليس لدينا المبرر الكافي لرفض ف وفي هذه الحالة نقبل الفرض البديل ف.

فمثلا لو كان الإحصاء الذي نستخدمه في إجراء الاختبار هو الوسط الحسابي <del>س</del> وكان فرض العدم هو:

ف: توزيع المعاينة للاحصاء س هو توزيع معتاد توقعه ٤٨ (س) وانحرافه المعياري 🕳 (س).

فكما سبق أن أوضحنا في الباب الخامس أن المتغير  $\frac{\overline{\sigma} - \frac{\lambda(\overline{\sigma})}{\sigma}}{\sigma}$  له توزيع طبيعي قياسي ويمكن رسم منحنى هذا التوزيع وتحديد درجة الثقة ه ٩٪ في الرسم كما يلي :

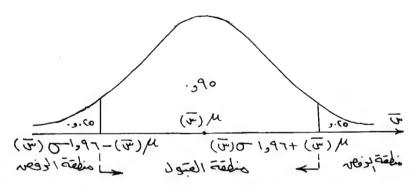


وكما يتضح من الرسم أنه إذا كان فرض العدم ف صحيحا سوف نكون واثقين بدرجة ٥٠٪ أن القيمة المشاهدة للمتغير ص والمحسوبة من بيانات العينة ستقع في منطقة القبول. أي أن ص لن تقل عن ـ ٢٩٦ ول ولن تزيد عن + ٢٩٦ و إلا في حالات نادرة لا يتعدى احتمالها ٥٪. وعلى هذا لوحسبنا قيمة ص من بيانات العينة المسحوبة و وجدنا أن قيمة ص تقع خارج المنطقة من ـ ٢٩٦ إلى + ١٩٦ وإننا نستبعد أن يكون فرض العدم صحيحا ونحصل على مثل هذه النتيجة في ٥٪ من الحالات وبناء على ذلك نرفض ف ونقول أن قيمة ص تختلف معنويا عما هومتوقع بناء على صحة الفرض في وأن مستوى المعنوية ٥٪. أما إذا وقعت قيمة ص في الفترة ( - ٢٩٦ و ١ ) بقول أن قيمة ص المشاهدة لا تختلف عما هومتوقع و بالتالي فإننا نقبل ف وذلك بدرجة ثقة ٥٠٪.

من الواضح أنه يمكننا استخدام درجة ثقة ٩٩٪ أو أي درجة ثقة نرغب فيها . كذلك بناء على صياغة فرض العدم على أخر فنحن نعلم أن فرض العدم في متعلق بالإحصاء س كما يلي :

ف: توزيع المعاينة للإحصاء  $\overline{m}$  هو توزيع طبيعي توقعه  $\mathcal{M}$  ( $\overline{m}$ ) وانحرافه المعياري  $\overline{m}$ ).

وعلى هذا يمكن رسم توزيع المتغير س مباشرة حسب معلوماتنا من فرض العدم عند درجة الثقة ٩٥٪ سيكون الرسم كما في الشكل التالي:



فإذا كان فرض العدم صحيحا سنكون واثقين بدرجة ٩٥٪ أن القيمة المشاهدة للمتغير  $(\overline{m})$  من بيانات العينة ستقع في منطقة القبول. أي أن  $\overline{m}$  لن  $\overline{m}$  خارج المنطقة من  $(\overline{m})$  ( $\overline{m}$ ) إلى  $(\overline{m})$  إلى  $(\overline{m})$  +١٩٦١  $(\overline{m})$  إلا في حالات نادرة لا يتعدى احتمال حدوثها ٥٪. لهذا فإننا نحسب المتوسط  $\overline{m}$  من بيانات العينة فإذا وقعت القيمة المحسوبة للمتغير  $\overline{m}$  في منطقة القبول نقول أن  $\overline{m}$  المشاهدة لا تختلف عما هومتوقع بناء على افتراض صحة في، لهذا فإننا نقبل في بدرجة ثقة ٩٥٪ أي أننا نرفض أي فرض مرادف ف يختلف عن ف. والعكس صحيح إذا وقعت  $\overline{m}$  المشاهدة في منطقة الرفض.

ومما هو جدير بالذكر أن الاختبار الموضح أعلاه سواء باستخدام المتغير ص أو المتغير س يعتمد على وضع منطقة الرفض على جانبي منطقة القبول أي في ذيلي التوزيع ، لهذا فإن الاختبار من هذا النوع يسمى الاختبار ذو الذيلين ولكن يوجد اختبار ذو ذيل واحد وذلك إذا جعلنا كل مستوى المعنو ية من أحد الذيلين أي جعلنا منطقة الرفض في ذيل واحد وليس في الذيلين أي جعلنا منطقة الرفض في ذيل واحد وليس في الذيلين .

### (٧-٧) _ اختبار فرض معين حول توقع المجتمع:

إذا كان لدينا مجتمع ما يتبع توزيعا احتماليا معينا_ وأخذنا من هذا المجتمع عينة

عشوائية كبيرة حجمها تروحسبنا وسطها الحسابي س وانحرافها المعياري ع فيمكننا أن نختبر أي فرض إحصائي حول توقع المجتمع مم وذلك عن طريق حساب المقدار:

وذلك باتباع الخطوات الموضحة في البند السابق ( $\sim$ 1) — وذلك بتحديد توزيع المتغير ص بناء على صحة الفرض المراد اختباره وتحديد منطقتي الرفض والقبول لمستوى المعنوية المطلوب فإذا وقعت قيمة ص المشاهدة في منطقة الرفض نرفض الفرض أما إذا وقعت في منطقة القبول فإننا نقبل الفرض والمثال التالي يوضح لنا ذلك.

مثال (1): شركة متخصصة في صناعة لعب الأطفال تعاقدت لشراء نوع جديد من الخيوط الصناعية يدعى صانع هذه الخيوط أن متوسط قوة تحمل الخيط ١٥ كيلو جرام بانحراف معياري نصف كيلو جرام.

ولاحتبار صحة ادعاء الصانع أخذت عينة عشوائية مكونة من ٥٠ خيطا وتم اختبارها فوجد أن متوسط قوة التحمل في العينة ١٤٫٨ كيلو جرام. فهل يمكننا تأييد ادعاء المدير. (استخدم درجة ثقة ٩٩٪).

الحل

يمكن صياغة الحل في الخطوات الآتية:

أ _ صياغة الفرض الإحصائي

وف. كما يتضح هو فرض العدم_ أي افتراض عدم وجود اختلاف بين المتوسط الحقيقي و بين المتوسط الذي يدعيه الصانع .

وفي هذه الحالة يمكن افتراض أن الفرض البديل هو:

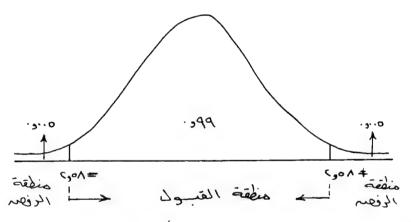
ب_إجراء الاختبار الإحصائي.

١ ــ هذا نبحث عن إحصاء معن يعتبر أحد تقديرات المعلمة به ــ هذا الإحصاء هو س. وكما

نعلم أن:

٢ - باعتبار أن فرض العدم (ف) صحيح يكون ص له توزيع معتاد قياسي.

عند درجة الثقة ٩٩٪ و باستخدام معلوماتنا السابقة عن التوزيع المعتاد القياسي يمكن تحديد
 منطقة القبول ومنطقة الرفض كما في الشكل التالى:



٤ _ نحسب قيمة ص المشاهدة من بيانات العينة نجد أنها:

ج ــ اتخاذ القرار:

نجد أن قيمة ص المشاهدة أقل من ـــ ٨٥ر٢ (وهى أقل قيمة في منطقة القبول) أي أن ص المشاهدة تقع في منطقة الرفض لهذا فإن القرار هو:

« رفض في ».

ونستنتج من ذلك أن متوسط قوة تحمل الخيط  $\mathcal M$  لا تساوي ١٥ كجم حيث أن قيمة ص المشاهدة تقع في الجانب الأيسر من منطقة الرفض بل أكثر من ذلك يمكننا استنتاج أن  $\mathcal M$  أقل من ١٥ كجم .

في بعض الأحيان يكون من المطلوب اختبار الفرض القائل أن متوسط المجتمع M يساوي قيمة معينة M مثلا وذلك في مقابل الفرض البديل ف $\mu : \mathcal{H} > M$  أو  $\mathcal{H} > \mathcal{H}$  وفي هذه الحالة يمكن تكوين اختبار إحصائي يسمى اختبار ذو ذيل واحد وذلك بوضع منطقة الرفض في ذيل واحد من التوزيع الاحتمالي أما الذيل الأيمن أو الذيل الأيسر.

مثال (Y): في عينة عشوائية مكونة من تسجيل ١٠٠ حالة وفاة في قرية معينة تبين أن متوسط العمر في العينة ٥ر٧٧ عاما والانحراف المعياري  $\Lambda$  أعوام. فهل هذا يوضح أن متوسط العمر في هذه القرية أكبر من 70 عاما؟

استخدم مستوى معنو ية ٥٪.

الحل

نفرض أن ٨٨ متوسط العمر في هذه القرية .

أ_صياغة الفرض الإحصائي.

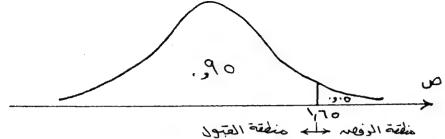
فرض العدم في: ١٨ = ٢٥ عاما.

الفرض البديل في: 4 > 30 عاما.

ب_إجراء الاختبار الإحصائي.

لها توزيع طبيعي قياسي

عند درجة الثقة ٩٥٪ و باستخدام معلوماتنا السابقة عن التوريع الطبيعي القياسي يمكن تحديد منطقة القبول أو الرفض كما في الشكل التالي بحيث تكون منطقة الرفض هى الذيل الأيمن للتوزيع.



ای ان منطقة الرفض هی المنطقة التي فیها ص > 1,70 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000 = -0.000

#### ج _ اتخاذ القرار:

نجد أن قيمة ص المشاهدة أكبر من ٦٥ر١ لهذا فإن ص المشاهدة تقع في منطقة الرفض لهذا فإن القرار هورفض ف.

ونستنتج من ذلك أن متوسط العمر في هذه القرية أكبر من ٦٥ عاما أي أن ف هو الفرض الصحيح المقبول.

ويمكن من المثال السابق ملاحظة أنه لاختبار أن  $\mathcal{M}$  أقل من قيمة معينة يمكن عمل نفس الاختبار ولكن مع وضع منطقة الرفض في الذيل الأيسر. وذلك لأن تحديد منطقة الرفض يتوقف على الفرض البديل.

# : P حتبارفرض معين حول النسبة في المجتمع (٣٧٧)

في كثير من الحالات العملية نجد أنفسنا محتاجين لاختبار فرض معين حول نسبة معينة في مجتمع ما .

فمثلا قد يحتاج السياسي لمعرفة نسبة الذين سوف ينتخبوه في الانتخاب القادم  $\cal P$  . كذلك قد تحتاج الشركات الصناعية لمعرفة نسبة التآلف  $\cal P$  في بضاعتها بسبب الشحن مثلا وغير ذلك الكثير من الحالات العملية .

في مثل هذه الحالات يكون الاهتمام منصبا على النسبة م الظاهرة محل الدراسة.

وقد سبق لنا في الباب السادس في البند (٦-٣) أن تكلمنا عن إنشاء فترة الثقة للنسبة P تساوي قيمة ولكننا الآن سنتناول بالدراسة شكلة اختبار الفرض الإحصائي القائل بأن النسبة P تساوي قيمة معينة. أي أننا سوف نختبر فرض العدم في: القائل أن P = P مثلا ضد الفرض البديل ف القائل أن: P < P . I P < P . القائل أن: P < P في البند البند البند وقت النسبة ل

عند إنشاء فترة ثقة للنسبة  $\mathcal{P}$  في البند (٣-٦) ذكرنا أنه عندما تكون العينة كبيرة تكون النسبة ل في العينة لها تقريبا توزيع معتاد متوسطه  $\mathcal{P}=(\mathsf{U})\mathcal{P}$  وانحرافه المعياري  $\mathcal{P}=(\mathsf{U})=\sqrt{2}$ 

وعلى هذا يمكن تحديد منطقة القبول ومنطقة الرَّفض باستخدام التوزيع الطبيعي القياسي والفرض البديل.

نعلم أن

وذلك باعتبار أن فرض العدم ف. صحيح

و بناء على ما تقدم و باستخدام مستوى المعنوية ح يمكن رسم منحنى التوزيع الطبيعي القياسي وتحديد منطقتي الرفض والقبول عليه وإجراء الاختبار كما في حالة الوسط الحسابي تماما. ولا نجد داعيا هنا لإعادة ذكر الخطوات لأن ذلك يكون تكرارا مملا لا مبرر له وإنما نكتفي بالمثال التالى:

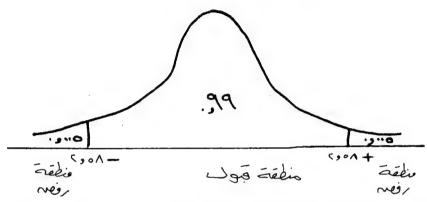
مثال (٣): يدعى مدير شركة لإنتاج نوع معين من السجائر أن ٢٠٪ من المدخنين يفضلون هذا النوع من السجائر. ولاختبار ادعاء المدير أخذت عينة عشوائية تتكون من ٤٠٠ مدخن وسئل كل منهم عن نوع السجائر الذي يفضله فإذا أجاب ١٠٠ فرد بأنهم يفضلون ذلك النوع المراد اختباره فماذا نستنتج من ذلك؟

#### استخدم مستوى معنو ية ١٪.

ملحوظة (١): في حل هذا المثال لا نلجأ إلى الإسراف في شرح خطوات الحل كما في المثال السابق لأن المقصود بالإسهاب في المثالين السابقين هو توضيح طريقة وخطوات الاختبار أما الآن فيكفينا ذكر الحل في خطوات مختصرة.

$$P - v = \frac{P - V}{\sqrt{(P - 1)PV}}$$
 ما توزیع طبیعی قیاسی.

عند مستوى المعنوية ١٪ أي عند درجة الثقة ٩٩٪ يمكن تحديد منطقتي القبول والرفض من
 منحنى التوزيع الطبيعى القياسى كما في الشكل التالي:



1 - نحسب قيمة ص المشاهدة من بيانات العينة - حيث

$$U = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 0$$

هـ نجد أن قيمة ص المشاهدة تقع داخل منطقة القبول لذلك نقبل فرض العدم ونستنتج أن ادعاء المدير صحيح.

ويمكن باستخدام نفس الأساليب السابقة في البند (٧-٢) اختبار الفرض القائل بان P أكبر من قيمة معينة وذلك بوضع منطقة الرفض في الذيل الأيمن من توزيع ص أو اختبار الفرض القائل بان P أقل من قيمة معينة وذلك بوضع منطقة الرفض في الذيل الأ يسر من توزيع ص .

ملاحظة (٢): في نهاية البند (٨-١) ذكرنا أنه بناء على الأسلوب الذي يصاغ به فرض العدم في يمكن تحديد منطقتي القبول والرفض على شكل غير الشكل السابق وذلك برسم التوزيع الاحتمالي للإحصاء المراد اختبار المعلمه التي تناظره في المجتمع وتحديد منطقتي القبول والرفض على المحور الذي يمثل قيم الإحصاء مباشرة دون اللجوء إلى التحويل إلى المتغير الطبيعي القياسي ص. وسوف نتبع هذه الطريقة في البند التالي (٧-٤) كوسيلة إلى التعرف على هذا الأسلوب.

#### (٧-٤) _ اختبار الفرق بين متوسطى مجتمعين:

أحيانا يكون لدينا عينتان و يكون الهدف هو مقارنة متوسطيهما، فقد نجد اختلافا بين المتوسطين، كأن نجد متوسط العينة الأولى أكبر من متوسط العينة الثانية فهل يكون معنى ذلك أن العينة الأولى مسحوبة من مجتمع متوسطه أكبر من متوسط المجتمع المسحوب منه العينة الثانية أم أن هذا الاختلاف بين متوسطيهما راجع إلى الصدفة البحتة وأن العينتان مسحوبتين من مجتمعين لهما نفس المتوسط.

فمثلا إذا كان لدينا آلتان لإنتاج سلعة معينة في أحد المصانع ثم سجلنا بيانات عن إنتاج الآلة الأولى للدة ٢٠٠ يوما (كعينة من العمر الإنتاجي لهذه الآلة) فوجدنا متوسط الإنتاج اليوسي لهذه الآلة ٢٥٠ وحدة ثم سجلنا بيانات عن آلة من نوع آخر لإنتاج نفس السلعة وذلك لمدة ٧٠ يوما (كعينة أخرى من العمر الإنتاجي للآلة الثانية) فوجدنا أن متوسط الإنتاج اليومي لها ٣٠٠ وحدة. و يهمنا أن نعرف سبب هذا الفرق. فإذا كان سبب هذا الفرق هو أن الآلة الثانية أكفأ من الأولى فإن إدارة المصنع قد تتخذ قرارا بوقف استخدام الآلة الأولى واستبدالها بآلة من النوع الثاني. أما إذا كان هذا الفرق راجعا إلى مجرد الصدفة البحتة فسترى إدارة المصنع أنه لا داعي لاستبدال الآلة. هذا التحليل يعتبر اختبارا لمقارنة متوسطي مجتمعين ويمكن إيضاح هذا الاختبار بصورة عامة وكيفية إجرائه في الخطوات التالية:

(۱) نفرض أن لدينا مجتمعين كبيرين من المفردات هما: س ۱۱ س ۲۱ ۲۱ ۲۱ س ۱۲ س

متوسط الأول عمر وتباينه حم ومتوسط الثاني عمر وتباينه ك

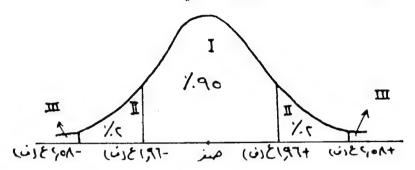
(٢) نفرض أننا سحبنا عينة عشوائية من المجتمع الأول حجمها له مفردة ووجدنا وسطها الحسابي من وسحبنا عينة عشوائية من المجتمع الثاني له مفردة ووجدنا وسطها الثاني الحسابي من وحسبنا الفرق بين الوسطين فوجدناه ف = سل - سلة .

(٣) نلاحظ أن س ما هي إلا قراءة في مجتمع الأوساط الحسابية للعينات التي حجم كل منها لام والمسحوبة من المجتمع الأول و س كذلك قراءة في مجتمع الأوساط الحسابية للعينات التي حجم كل منها لام مفردة والمسحوبة من المجتمع الثاني، كما أن ف ما هي إلا قراءة في مجتمع ثالث هو مجتمع الفروق بين متوسطات العينات العشوائية التي يمكن أخذها من المجتمعين والتي حجمها لام مفردة من المجتمع الأول و لام مفردة من المجتمع الثاني.

(٤) هناك نظرية إحصائية تنص على أنه:

إذا كان متوسطي المجتمعين الأصليين متساويان يكون التوزيع الاحتمالي لمجتمع الفروق ف يتبع تقريبا توزيعا طبيعيا وسطه الصفر وانحرافه المعياري:

(٥) بتطبيق ما سبق دراسته عن فترات الثقة وعن التوزيع الطبيعي يمكن رسم توزيع مجتمع الفروق ف وتحديد فترات الثقة عليه كما يلي:



ح [ - ١٩٦٦ ع ( ف ) ﴿ ف ﴿ ١٩٦٦ ع ( ف ) ] = ٥٩ ﴿ وَ اللَّهُ مِنْ اللَّهُ مِنْ اللَّهُ مِنْ اللَّهُ مِنْ الْأَصْلِينَ لَمُمَا نَفْسِ المتوسط.

ونتيجة الاختبار تتوقف على موقع الفرق ف بالنسبة لهاتين الفترتين و يكون أمامنا ثلاث حالات.

الحالة الأولى: أن تقع ف داخل الفترة الأولى (في المنطقة I) على الرسم و يكون معنى هذا أنه يحتمل أن يكون المجتمعان المسحوب منهما العينتان لهما نفس المتوسط ومع ذلك يظهر هذا الفرق بين متوسطي العينتين وهذا الاحتمال قدره ٩٥٪ هو احتمال كبير لهذا نستبعد وجود اختلاف بين متوسطى المجتمعين الأصلين ونعزي الفرق ف إلى مجرد الصدفة.

الحالة الثانية: أن تقع ف خارج الفترة الثانية (في المنطقة III على الرسم) ومعنى هذا أن احتمال أن يكون المجتمعان لهما نفس المتوسط أقل من ١٪ وهواحتمال صغير وعليه يكون الفرق ف فرقا حقيقيا (معنويا) غيرراجع إلى مجرد الصدفة.

الحالة الثالثة: أن تقع ف بين الفترة الأولى والثانية (في المنطقة II على الرسم) ومعنى هذا أن احتمال أن يكون المجتمعان لهما نفس المتوسط أقل من ٢٪ وهذا احتمال صغير أي أن احتمال أن يكون الفرق ف راجعا للصدفة هو احتمال ضعيف و يرجح أن يكون هناك فرق معنوي بين متوسطي المجتمعين الأصليين لهذا يجب سحب عينتين أخريتين لاستخدامهما في الحكم إذا أمكن ذلك. أما

إذا كان ذلك متعذرا فيكون القرار مثل القرار في الحالة الأولى تماما ولكن مع شيء من الحذر.

ملاحظة (٣): في الخطوة (٤) نجد أن قيمة ع (ف) تعتمد على تباين المجتمعين الأصليين ك، وحيث أنهما عادة يكونان مجهولين. لذا يمكن الاستعاضة عنهما بتباين العينتين عم، عم، ويكون:

$$\frac{7^{\epsilon}}{7^{\epsilon}} + \frac{7^{\epsilon}}{1^{\epsilon}} = (\dot{\omega}) \epsilon$$

ملاحظة (٤): في الخطوة (١) كان كلامنا مقتصرا على المجتمعات الكبيرة. أما إذا كان أحد المجتمعين محدودا أو كلاهما محدود فالتغيير الوحيد في كل ما سبق في تقديرع (ف).

فإذا كان المجتمع الأول محدودا وحجمه نرتكون ع (ف) كما يلي:

$$\frac{\gamma^{7} \varepsilon}{\gamma^{7}} + \left(\frac{\gamma^{7} - \gamma^{7}}{1 - \gamma^{7}}\right) + \frac{\gamma^{7} \varepsilon}{1 - \gamma^{7}} = (\dot{\phi}) \varepsilon$$

و بالمثل إذا كان المجتمع الأول كبيرا والثاني محدودا وحجمه ن تكون

$$\left(\frac{\gamma \sim -\gamma^{\circ}}{1-\gamma^{\circ}}\right) \frac{\gamma^{\varepsilon}}{\gamma^{\varepsilon}} + \frac{\gamma^{\varepsilon}}{1^{\varepsilon}} = (-1)^{\varepsilon}$$

أما إذا كان المجتمعان محدودين ، حجم الأول ن والثاني ن تكون:

$$\left(\frac{r^{2}}{1-r^{2}}\right)\frac{r^{7}\xi}{r^{2}}+\left(\frac{r^{2}}{1-r^{2}}\right)\frac{r^{7}\xi}{r^{2}}$$

مثال (٤): أخذت عينة مكونة من ٢٠٠ عامل من إحدى الصناعات فوجد أن متوسط أجرهم اليومي ٧٠ ريالا مع انحراف معياري ١٢ ريالا وأخذت عينة أخرى حجمها ٥٠ من العاملات من نفس الصناعة فوجد أن متوسط أجرهن اليومي ٦٠ ريالا مع انحراف معياري ٥ ريالات فهل يمكن أن نستنتج من هذه المعلومات أن العمال يتقاضون أجورا أعلى من العاملات في هذه الصناعة؟

$$\frac{1}{\sqrt{4}} = \sqrt{4}$$
 ریال  $\frac{1}{\sqrt{4}} = \sqrt{4}$  الفرق ف =  $\frac{1}{\sqrt{4}} = \sqrt{4}$  ریال  $\frac{7}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}$   $\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}$   $\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}$   $\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}$   $\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4}}$ 

وتكون فترتا الثقة ٩٥٪ ، ٩٩٪ بفرض عدم وجود اختلاف بين أجور العمال والعاملات كما

الفّترة الأولى: + ١٩٦٦ × ١١١١ = + ١١٠٨ الفترة الثانية + ١٨٥٠ × ١١٠١ = + ١٨٠٢

وبرسم فترتى الثقة على محور ف نجدهما كما يلي:

والآن نرى موقع ف على المحور نجد أنها تقع خارج الفترة الثانية فإننا نستنتج أن أجور العمال أكبر من أجور العاملات في هذه الصناعة.

مثال (٥): أخذت عينة حجمها ٥٠ طالبا من طلبة كلية الأرصاد البالغ عددهم ١٥٠ طالبا فوجد أن متوسط الطول في العينة ١٦٥ سم والانحراف المعياري للطول ٥ سم وأخذت عينة أخرى حجمها ٢٠ طالبا من طلبة كلية العلوم البالغ عددهم ٣٠٠ طالب فوجد أن متوسط الطول في العينة ١٧٥ سم والانحراف المعياري للطول ٧ سم . فهل نستنتج من هذه المعلومات أن طلبة كلية العلوم أطول قامة من طلبة كلية الأرصاد؟

نكون فترتا الثقة ٩٥٪ ، ٩٩٪ ولذا نحسب ع (ف). وحيث أن المجتمعين الأصليين محدودان فإن:

$$3 \left( \frac{1}{1 - 1} \right) = \sqrt{\frac{1}{1}} \left( \frac{\dot{\sigma}_1 - \dot{\sigma}_1}{\dot{\sigma}_1 - \dot{\sigma}_1} \right) + \frac{1}{1} \left( \frac{\dot{\sigma}_2 - \dot{\sigma}_2}{\dot{\sigma}_2 - \dot{\sigma}_1} \right) + \frac{1}{1} \left( \frac{\dot{\sigma}_2 - \dot{\sigma}_2}{\dot{\sigma}_2 - \dot{\sigma}_2} \right) = 0$$

$$= \sqrt{\frac{93}{1 - 10 \cdot 1}} \frac{70}{1 - 10 \cdot 1} + \frac{70}{1 - 10 \cdot 1} + \frac{70}{1 \cdot 10 \cdot 1}$$

و برسم فترتى الثقة على محورف نجدهما كما يلي:

وحيث أن قيمة فـ، = ١٠ وهي تقع خارج الفترة الثانية فإننا نستنتج أن طلبة كلية العلوم أطول قامة من طلبة كلية الأرصاد.

#### (٧_٥) _ اختبارمدى عشوائية العينة:

تكلما في الباب السابق عن طرق اختيار العينات العشوائية واتضح لنا كيف أن الصدفة تلعب دورا كبيرا في هذا الاختيارـــ لهذا يهمنا دائما بعد اختيار العينة أن نختبر مدى عشوائيتهاـــ أي إلى مدى تعتبر هذه العينة صورة حقيقية أو صورة مصغرة للمجتمع الذي سحبت منه . ولاجراء مثل هذا الاختبار نتعمد أثناء جمع بيانات العينة الحصول على بيانات إضافية تفيدنا في حساب مقياس معين يكون معلوما لدينا قيمته الحقيقية في المجتمع الأصلي وذلك سواء من تعداد سابق أو بأي وسيلة أخرى فيكون لدينا قيمتان لهذا المقياس هما قيمته الحقيقية في المجتمع وقيمته المحسوبة من العينة المختارة، وبمقارنة هاتين القيمتين باستخدام فترات الثقة يمكن الحكم على مدى عشوائية العينة وسنقوم بإيضاح ذلك مستخدمين الوسط الحسابي <del>س</del> ثم النسبة ل كمقياسين إحصائيين للحكم على عشوائية العينة وذلك كما يلى:

## أولا: باستخدام الوسط الحسابي ش:

١ ــ نفرض أن المتوسط والانحراف المعياري في المجتمع هما ٤/٠ ــ قيمتان معلومتان في هذه الحالة.

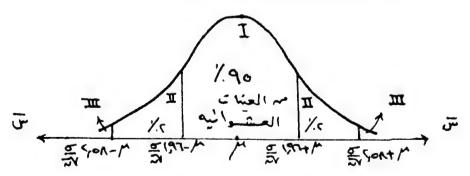
٢ _ نحسب الوسط الحسابي من بيانات العينة.

٣_ نعلم من البند (٦-٢) عند بناء فترة الثقة للوسط الحسابي بأن:

أي أنه في ٥٥٪ من العينات العشوائية تقع س بين

وكذلك في ٩٩٪ من العينات العشوائية تقع س بين

٤ _ برسم هاتين الفترتين على محور التوزيع الطبيعي كما يلي :



• _ نبحث عن موقع الوسط الحسابي س بالنسبة إلى فترتي الثقة السابقتين فيكون لدينا ثلاث حالات :

- (أ) إذا وقعت من داخل الفترة الأولى (٩٥٪) أي في المنطقة 1 كان معنى ذلك أن النتيجة التي حصلنا عليها من هذه العينة تتحقق في ٩٥٪ من العينات العشوائية مما يطمئننا على عشوائية العينة . وهذا نعتبر أن العينة المسحوبة عشوائية .
- (ب) إذا وقعت س خارج الفترة (٩٩٪) أي في المنطقة II يكون معنى ذلك أن النتيجة التي حصلنا عليها من هذه العينة لا تتحقق إلا في أقل من ١٪ من العينات العشوائية وفي هذه الحالة يمكن الحكم بأن العينة غير عشوائية ولا يمكن استخدام بياناتها بأي حال من الأحوال لهذا لابد من استبدال العينة بعينة أخرى أكثر عشوائية.
- (ج) إذا وقعت ش خارج الفترة الأولى (٩٥٪) ولكن داخل الفترة الثانية (٩٩٪) أي في المنطقة III كان معنى ذلك أن النتيجة التي حصلنا عليها من هذه العينة لا تتحقق إلا في أقل من ٢٪ من العينات العشوائية وهذا يجعلنا نشك في عشوائية العينة وفي هذه الحالة يفضل استبدال هذه العينة بعينة أخرى أكثر عشوائية إذا أمكن ذلك أما إذا لم يكن ذلك ممكنا أو كان يكلف تكلفة كبيرة فنستخدم بيانات هذه العينة ولكن بشيء من الحذر.

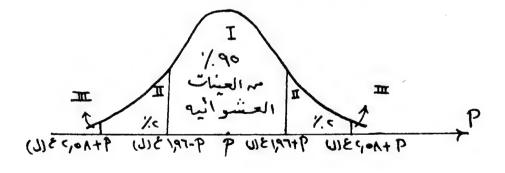
#### ثانيا: باستخدام النسبة ل:

نفرض أننا نعرف النسبة P في المجتمع ثم حسبنا النسبة ل من العينة فإن فترتي الثقة ٩٠٪، ٩٠٪ مكن كتابتها في الصورة التالية:

احتمال أن تقع ل بين ± ١٩٦٦ع (ل) يساوي ٩٥٪. ، احتمال أن تقع ل بين ± ٥٨ ر٢ع (ل) يساوي ٩٩٪.

$$\frac{(P-1)P}{\omega} = (U) = \frac{1}{2}$$

وعلى هذا يمكن رسم هاتين الفترتين على محور التوزيع المعتاد كما يلي:



و بنفس الأسلوب السابق يكون أمامنا ثلاث حالات:

(أ) إذا وقعت ل (المحسوبة من العينة) في المنطقة I تعتبر العينة عشوائية.

(ب) إذا وقعت في المنطقة II نشك في عشوائية العينة.

(ج) إذا وقعت ل خارج المناطق I ، II .
 نقطع بأن العينة غير عشوائية .

مثال (٩): سحبت عينة حجمها ١٠٠ مفردة من إحدى القرى وذلك لدراسة ميزانية الأسرة في الريف في فإذا كان متوسط العمر بين أفراد العينة هو ٢٥ سنة وإذا كان معلوم من بيانات تعداد سابق أن متوسط العمر في القرية كلها ٣٠ سنة: والانحراف المعياري ٥ سنوات فماذا يكون حكمك على عشوائية هذه العينة؟

الحل

نعلم أن متوسط العمر في المجتمع ٣٠=٣٠ سنة والانحراف المعياري للعمر ٥٥=٥ سنوات وحجم العينة ١٠٠٠٥ سنة .

وحيث أن س المحسوبة من العينة هي ٢٥ تقع خارج الفترتين السابقتين فإنه في حكم المؤكد أن هذه العينة غير عشوائية .

مثال (٧): إذا كانت نسبة الأميين في إحدى القرى الكبيرة تساوي ٧٠٪ من السكان وكانت نسبتهم في عينة مكونة من ١٠٠ فرد من نفس القرية هي ٦٧٪ فماذا يكون حكمك على عشوائية هذه العينة ؟

ولما كانت النسبة ل في العينة ٦٧٪ تقع داخل هذه الفترة الأولى فمعنى ذلك أن العينة عشوائية ولاداعي إذن لحساب الفترة الثانية . ولا داعي إذن لحساب الفترة الثانية.

## تماريـــن

١ إذا كان متوسط أعمار المصابيح الكهربائية التي ينتجها أحد المصانع هو ٩٥٠ ساعة مع انحراف معياري ١٢٠ ساعة.

ادعى مدير المصنع أنه قد أدخلت تعديلات على وسائل الانتاج مما أطال أعمار هذا الإنتاج ولاختبار ادعاء المدير أخذت عينة مكونة من ٨١ مصباحا وأضيئت حتى انحرقت جميعها وحسب متوسط أعمارها فوجد ١١٠٠ ساعة فهل يمكنك تأييد ادعاء المدير؟

٢ البيانات التالية توضح الأجر الأسبوعي بالريالات لمجموعتين من العمال والعاملات في إحدى المصانع:

المجموع	-1 E · ·	1					الأجز الاسبوعن بالريسالات
1	۰	۰	1.				عددالعمسال
٦٠	١	۲	٣	17	**	10	مدد العاملات

هل ترى من هذه البيانات أن أجور العمال أعلى من أجور العاملات في هذا المصنع؟ وضح إجابتك في الحالتين التاليتين:

الأولى: إذا كان عدد العمال والعاملات في المصنع كبيرا.

ثانيا: إذا كان عدد العمال في المصنع ٣٠٠ عامل والعاملات ٢٠٠ عاملة.

- إذا كانت نسبة الأفراد الذين يقل سنهم عن ٢٠ سنة في إحدى المدن تساوي ٤٠ وكانت نسبتهم في عينة مكونة من ١٠٠ فرد من نفس المدينة ٤٥٪ فهل يمكن أن نستنتج من هذا الفرق بين النسبتين أن العينة لم تكن عشوائية ؟
  - ٤ _ اختبر عشوائية العينة في التمرين السابق إذا كان حجمها ٥٠٠ بدلا من ١٠٠٠.
- من المعروف أن متوسط الإنتاج اليومي للعامل في إحدى الصناعات ٦٠ قطعة والانحراف المعياري لهذا الإنتاج اليومي يساوي ٧ قطع. أخذت عينة عشوائية مكونة من ٩٠ عاملا من هذه الصناعة ودر بوا تدريبا مهنيا و بعد التدريب وجد أن متوسط إنتاجهم اليومي ٦٥ قطعة. فهل يدلنا هذا الفرق على أن التدريب المهني يرفع من إنتاج العامل؟
- ٦ من المعروف أن نسبة الذكور بين المواليد تبلغ ٥ر٥٥٪ وفي إحدى القرى ذات الدخل المنخفض كان عدد المواليد في عام ما ٢٥٠ من بينهم ١٣٥ من الذكور. فهل يدل ذلك على أن انخفاض الدخل يرفع من نسبة الذكور بين المواليد؟

٧ مصنع ينتج نوعا معينا من المسامير طوله ٨ سم . أراد صاحبه التأكد من دقة الآلات فأخذ عينة عشوائية مكونة من ٥٠٠ مسمار و وجد أن توزيعها بحسب الأطوال كما يلي :

7A 3A	- 74	- 41	-4.	- 79	- 47	الطول بالملليمتر
٣٠	٨٠	7	1	٦.	۳۰	مدد المسلمير

ولما كان متوسط هذه العينة يزيد عن الطول المطلوب فقد أمر صاحب المصنع بوقف الآلات على اعتبار أن الإنتاج أطول من اللازم. اختبر سلامة الأمر الذي أصدره صاحب المصنع.

٨ من المعروف أن نسبة الإصابة بمرض معين في إحدى المناطق ٧٠٪ ما رأيك في عشوائية عينة أخذت من هذه المنطقة و وجد أن نسبة الإصابة فيها ٦٠٪ وذلك في كل من الحالات الآتية:
 أ _ إذا كان حجم العينة ٢٠٠ فرد.

ب_إذا كان حجم العينة ٣٠٠ فرد.

ح_إذا كان حجم العينة ٥٠٠ فرد.

٩ أخذت مجموعتان متماثلتان من التلاميذ الأولى بها ٨٨ تلميذا والثانية بها ١٠٠ تلميذ واستعمل في تدريس مادة الرياضيات المعاصرة للمجموعة الأولى طريقة خاصة بينما استعملت الطريقة العادية في تدريس هذه المادة للمجموعة الثانية وفي نهاية العام وجد أن متوسط درجات المجموعة الأولى ٧٠ درجة والانحراف المعياري ٦ درجات بينما كان متوسط درجات المجموعة الثانية ٦٥ درجة والانحراف المعياري ٦ درجات. فهل يمكننا أن نستنتج من هذه المعلومات أن الطريقة الخاصة تزيد من تحصيل التلاميذ؟

# الباب الثامن

تحليل نتائج العينات الصغيرة



## تحليل نتائج العينات الصغيرة

#### (٨_١) مقدمة:

تكلمنا في الباب السادس عن طريقة تقدير متوسط المجتمع باستخدام متوسط العينة كما هو مبين في بند (٦-٢) وذكرنا أنه إذا كان لدينا مجتمع ما متوسطه ٨ وتباينه - وسحبنا منه عينات كبيرة حجم كل منها له ووسطها س وتباينها ع فإن الوسط الحسابي س يتبع تقريبا توزيعا طبيعيا وسطه ٨ وتباينه ح أي أن:

تتبع تقريبا توزيعا طبيعيا قياسيا. وقد استخدمنا هذه النتيجة الهامة في إيجاد تقدير لمتوسط المجتمع علم . ولكن في كثير من الدراسات يكون تباين المجتمع حسى مجهولا لذلك فإننا نستعيض عنه بتباين العينة ع وفي هذه الحالة يظل المتغير

يتبع تقريبا توزيع طبيعي قياس طالما كان حجم العينة كبيرا. أما إذا كان حجم العينة صغيراً أي أقل من ٣٠ مفردة فان المتغير:

لم يعد يتبع التوزيع الطبيعي القياسي وإنما يتبع توزيع ت بدرجات حرية ( ٨٠ ــ ١ ). ومن ذلك نلاحظ أن المتغير:

يتبع توزيعا طبيعيا قياسيا إذا كان حجم العينة ٧٠ كبيرا بينما يتبع توزيع ت بدرجات حرية

( مه _ 1) إذا كان حجم العينة صغيراو وعلى ذلك تكون أساليب تحليل نتائج العينات الصغيرة هي نفس أساليب تحليل نتائج العينات الكبيرة مع استبدال المتغير الطبيعي القياسي ص بالمتغيرت.

## ملاحظة (١):

عندما يكون حجم العينة كبيرا فإن تباينها يحسب من الصيغة:

أما في حالة العينات الصغيرة فإن تباين العينة يحسب من الصيغة:

وذلك لأسباب إحصائية لا نريد التعرض لها الآن.

## (٨-٢) _ تقدير متوسط المجتمع باستخدام عينة صغيرة:

نفرض أن لدينا مجتمعا يتبع توزيعا طبيعيا وسطه  $\mathcal{M}$  وانحرافه المعياري  $\sim$  مجهولان، ونرغب في تقدير متوسط هذا المجتمع وذلك باستخدام عينة عشوائية صغيرة مسحوبة منه. نحسب متوسط العينة  $\overline{\mathbf{w}}$  و كذلك انحرافها المعياري ع، و باستخدام نفس الأسلوب المتبع في بند (٦-٢) عند تحديد فترة ثقة للمتوسط  $\mathcal{M}$  مع مراعاة أن المتغير:  $\overline{\mathbf{w}} = \frac{\mathcal{M}}{\sqrt{2}}$  يتبع توزيع  $\mathbf{w}$  بدرجات حرية (  $\mathbf{w}$  ) نجد أن:

حيث + به هما قيمتا المتغيرت اللتان تحصران بينهما احتمال قدرة (١ ـ ٢٥) وهذا يعني أن:

مثال (١): أخذت عينة عشوائية مكونة من ٢٥ عاملا من عمال صناعة ما فوجد أن متوسط أجرهم الشهري ٢٥٠٤ ريالا مع انحراف معياري ٤٠٠ ريال.

والمطلوب إيجاد فترة ثقة لمتوسط الدخل الشهري لعمال هذه الصناعة وذلك بدرجة ثقة ٥٥٪.

## الحل

١_ نفرض أن 🤼 متوسط الدخل الشهري لعمال هذه الصناعة.

٧_ ٧= ٢٥، س = ٢٥٠ ريال، ع = ٤٠٠ ريال

٣_ تكون فترة الثقة المطلوبة هي:

بدرجة ثقة (١_ ك ).

$$A \cdot = \frac{\xi \cdot \cdot}{10 \text{ V}} = \frac{\xi}{10 \text{ V}} - 0$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{\sqrt{100}} = 37.07 \times 0.0 = 710071$$

. الحد الأدنى لفترة الثقة = ٠٠١٠ _ ١٢٥٥ = ٨٨ر٤٠٨٤ ريالا والحد الأعلى لفترة الثقة = ٠٠١٠ + ١٢٥ - ١٢٥ - ٢١ر٥ ويالا

و بهذا يمكن القول أن متوسط الأجر الشهري لعمال الصناعة كلها يتراوح بين ٨٨ر٤٠٨، ، ١٢رو٤١٠ ريالا وذلك بدرجة ثقة ٩٥٪.

مما سبق يتضع لنا جليا عدم وجود أي اختلاف في تقدير متوسط المجتمع من بيانات عينات صغيرة عنه باستخدام بيانات عينات كبيرة إلا في استبدال المتغير الطبيعي القياسي ص بالمتغير ت وهذا ينطبق على اختبار الفروض.

(٨ - ٣) اختبار فرض معين حول متوسط المجتمع:

نفرض أن لدينا مجتمعا وسطه بم وتباينه ح مجهولان ونرغب في اختبار فرض معين حول المتوسط مم باستخدام عينات صغيرة. نتبع نفس الأسلوب المستخدم في البند (٧-٢) مع استبدال المتغير الطبيعي القياسي ص بالمتغيرت كما يتضح من المثال التالي:

مثال (٢): إذا كان متوسط الوقت الذي يستغرقه العامل في صناعة معينة لتغليف سلعة ما هو ٥٠ دقيقة أدخلت تعديلات على عملية التغليف بهدف اختصار الوقت ولاختبار ذلك أخذت عينة مكونة من ١٢ عامل فوجد أن متوسط الوقت اللازم لعملية التغليف هو ٤١ دقيقة مع انحراف معياري ١٠ دقائق .

فهل ترى أن هناك أثرا حقيقيا للتعديلات التي أدخلت على عملية التغليف؟ استخدم مستوى معنوية ٥٠ر٠.

الحل

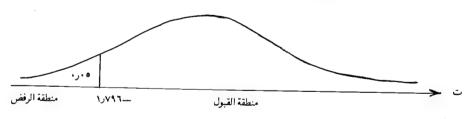
أولا: الفرض الإحصائي:

فرض العدم ف:  $\mu$  = . ه دقيقة . الفرض البديل ف:  $\mu$  > . ه دقيقة

ثانيا: الاختبار الإحصائي:

يتبع توزيع ت بدرجات حرية ( ١٠٠١).

(ب) من الفرض البديل ( $\mathcal{M} > \mathcal{M}$ ) وعند مستوى معنو ية  $\mathbf{w} = \mathbf{o} \cdot \mathbf{v}$ . التحديد منطقتي القبول والرفض على محورت حدول توزيع ت عند درجات الحرية م = ١١ لتحديد منطقتي القبول والرفض على محورت كما في الشكل الآتي:



(11 = 6)

(ج) من بيانات العينة نحسب قيمة ت

$$=\frac{1}{\frac{1\cdot}{1\cdot V}} = -11 c^{T}$$

ثالثا: اتخاذ القرار:

بما أن ت = ١٠١٥ تقع في منطقة الرفض لذلك نرفض فرض العدم عند مستوى المعنوية ٥٪ وهذا يعني أن متوسط الوقت اللازم لعملية التغليف قد انخفض بالفعل وأصبح أقل من ٥٠ دقيقة وهذا يبرر استخدام الطريقة الجديدة في عملية التغليف.

## ملاحظة (٢):

يجب أن نتذكر أنه لوكان الفرض البديل هوف: ١٠ ه فإن منطقة الرفض تكون على الذيل الأيمن من توزيع ت كذلك لوكان الفرض البديل هوف: ١٠ لله فإن منطقة الرفض تكون على ذيلي توزيع ت .

## (٨-٤) _ إنشاء فترة ثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين:

كثيرا ما نحتاج لتقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين بفترة ثقة مناسبة. فمثلا قد يرغب مزارع في معرفة مدى جودة نوع جديد من بذور القمح وذلك بأن يستخدم هذا النوع الجديد في الزراعة ثم يقدر الفرق بين متوسط المحصول من هذا النوع الجديد ومتوسط المحصول من النوع القديم الذي اعتاد على زراعته.

والآن نفرض أن لدينا مجتمعين يتبعان توزيعا طبيعيا متوسط الأول كم ومتوسط الثاني كم وأن تباينهما حق متساو ومجهول. فإذا أخذنا عينات عشوائية صغيرة حجم كل منها ١٨، من المجتمع الأول ومتوسطها من وتباينها ع وأخذنا عينات عشوائية صغيرة من المجتمع الثاني حجم كل منها ١٥٠ ومتوسطها من وتباينها ع فإن هناك نظرية إحصائية تنص على أن المتغير:

$$\frac{(w_{1}-w_{2})-(v_{1}-v_{1})}{3\sqrt{\frac{1}{v_{1}}+\frac{1}{v_{2}}}}$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية ( لم + للح + ٢ ) حيث أن ع هي تقدير للتباين على محسوبة من بيانات العينتين من العلاقة:

$$\frac{7}{7} = \frac{(\nu_1 - 1) \cdot 3^{\frac{7}{1}} + (\nu_1 - 1) \cdot 3^{\frac{7}{1}}}{(\nu_1 + \nu_2 - 1) \cdot 3^{\frac{7}{1}}} = \frac{7}{6}$$

و باستخدام هذه النظرية وخواص توزيع ت التي سبق دراستها في البند (٣ــ٨) نستطيع القول

و باستخدام نفس الأساليب السابقة في حالة العينات الكبيرة فإننا نستطيع القول إن:

$$\frac{1}{r^{N}} + \frac{1}{r^{N}} Y \in \alpha_{r}^{m} - (r^{m} - r^{m}) \right] \in$$

$$N_{r}^{M} - r^{M} N$$

$$M - r = \left[ \frac{1}{r^{N}} + \frac{1}{r^{N}} \right] \in \alpha_{r}^{m} + (r^{m} - r^{m})$$

وعلى ذلك تكون فترة الثقة للفرق بين متوسطي المجتمعين (  $\mu$  –  $\mu$ ) بدرجة ثقة (١- $\infty$ )

مثال (٣): رغبت وزارة المعارف في دراسة الفرق بين مستوى طلاب الرياضيات المعاصرة وطلاب الرياضيات المعاصرة وطلاب الرياضيات التقليدية ، فأخذت عينة مكونة من ١ طالبا من طلاب الرياضيات المعاصرة وعشرة من طلاب الرياضة التقليدية وأعطتهم امتحانا عاما في الرياضيات فكان متوسط درجات طلبة الرياضيات المعاصرة ٨٥ درجة مع انحراف معياري ٤ درجات بينما كان متوسط درجات طلاب الرياضيات التقليدية ٨١ درجة مع انحراف معياري ٥ درجات والمطلوب إيجاد فترة ثقة للفرق بين مستوى طلاب الرياضيات الحديثة والتقليدية وذلك بدرجة ثقة ٩٠٪.

#### الحل

١ ــ نفرض أن ١٨ م م مهم متوسطي درجات طلاب الرياضيات المعاصرة والرياضات التقليدية على الترتيب.

 $\mu_{-} = 1$  المطلوب إيجاد فترة ثقة للفرق  $(\mu_{-} \mu_{-})$ بدرجة ثقة ٩٠٪.

٣ _ نعلم أن :

$$\frac{r}{r} = \frac{r}{r} = \frac{r}{r} + \frac{r}{r} = \frac{r}$$

ع = ۲۰۰۰ = ۲۷۶ر۶ = ۲۷۶ر۶ ٤ _ ۰٫۰ درجة الثقة المطلوبة ۹۰٫۰

.. > = ٠(و٠٠٠ م م = ٥٠٥٠ ، ومن جدول ت وعند درجات الحرية.

ه _ و بهذا تكون فترة الثقة الفرق علم _ علم عند درجة الثقة ٩٠٪ هي:

وبالحساب نجد أن فترة الثقة هي:

$$\frac{1}{1.} + \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} + \frac{1}{11} + \frac{1}{11}$$

الحد الأدنى لفترة الثقة = ٤ ــ ٣٠٣١ = ٢٠٠٠ والحد الأعلى لفترة الثقة = ٤ + ٣٠٣١ = ٧٣٠٧ وبهذا يكون حدى الثقة الأدنى والأعلى موجبان وهذا يوضح ارتفاع مستوى طلاب الرياضيات المعاصرة عن طلاب الرياضيات التقليدية.

## (٨٥٥) _ اختبار الفرق بين متوسطى مجتمعين:

كثير من الدراسات تتطلب مقارنة بين متوسطى مجتمعين بناء على معلومات من عينات صغيرة

مسحوبة من كل من المجتمعين. فمثلا قد ترغب الجامعة عمل مقارنة بين الطلبة والطالبات لمعرفة مستوى التحصيل لكل منهما أو كأن تقوم الدولة بدراسة مقارنة بين متوسط دخل الأسر في منطقتين معينتين أو كأن تقوم وزارة المعارف بدراسة لمعرفة الفرق بين نظامين من أنظمة التعليم لتتبنى الأفضل منهما.

في مثل هذه الدراسات يكون المطلوب اختبار الفرق بين متوسطي مجتمعين فنفرض أن لدينا مجتمعاً يتبع توزيعاً طبيعياً وسطه علم وتباينه حج وأن هناك مجتمعاً آخريتبع كذلك توزيعاً طبيعياً وسطه علم وله نفس التباين حج والآن نرغب في إجراء الاختبار الإحصائي الآتي:

$$(1)$$
 = غرض العدم: ف. : غرم العدم العدم

وهذا يعني أنه لا يوجد فرق بين متوسطي المجتمعين .

_ والفرض البديل ف يكون أحد الحالات الآتية:

(ب) لذلك نسحب عينة عشوائية صغيرة حجمها ١٠ من المجتمع الأول وليكن وسطها الحسابي 
من المجتمع الثاني وليكن وسطها الحسابي 
حق وتباينها ع؟ .

(ج) من النظرية الموضحة في بند (٨ ــ ٤) و باعتبار أن فرض العدم صحيح يكون

يتبع توزيع ت بدرجات حرية ( دم + دم - ٢ ) ٠

(د) باستخدام الفرض البديل ف ومستوى المعنوية مح تتحدد منطقتي القبول والرفض على محور توزيع ت. (هـ) بحساب قيمة ت المشاهدة نستطيع اتخاذ القرار المناسب حسب وقوعها في منطقة القبول أو منطقة الرفض كما يتضح من المثال الآتى:

مثال (٤): لمقارنة متوسط أوزان الطلبة والطالبات أخذت عينة حجمها ١٠ طلاب فكانت أوزانهم بالكيلو جرام هي:

٧٧ – ٧٧ – ٧٧ – ٧٧ – ٧٠ – ٧١ – ٥٩ – ٢٦ وأخذت عينة مكونة من ٨ طالبات فكانت أوزانهم بالكيلو جرام كما يلي:

۰۲ – ۷۳ – ۲۲ – ۲۸ – ۷۷ – ۳۳ – ۷۷ – ۸۳ فهل يمكن القول أن الطالبات أقل وزنا من الطلاب؟ استخدم مستوى المعنوية ۰٪.

الحل

نفرض أن كمم متوسط أوزان الطلاب. كم متوسط أوزان الطالبات فرض العدم ف: كمم = كم أى أى أن كم بر مم = صفر الفرض البديل ف: ممر > كم، أى أن كم بر كم كم عفر

نحسب الوسط الحسابي والتباين لكل عينة كما يلي:

T( 7 or )	7 - Y U	۳ س	( س - س )	س - س	100
171	17 -	70	•	۲ –	٦٧
7.6	٨	٧٣	70	٥	Yo
•	۲ –	77	דנ	£	34
٩	٣	7.4	٤	۲	77
٤	٧.	٦٧	1	1.	٨٠
٤	۲ –	78	١	1 .	٧١.
£	۲	٦٧	111	11	٥٩
4	٣	٨۶	17	٤ -	77
	Λ		F07	- 11	0 8
			338	17	74
777		٥٢-	797		٧

$$\frac{797}{9} = \frac{7}{1}E \qquad 249 = \frac{7}{1}E \qquad 249 = \frac{7}{1}E$$

$$\frac{7}{V} = \frac{7}{\Lambda} = 07 \quad \text{Seq} \quad 3^{7} = \frac{7VY}{V} = \frac{7}{V}$$

$$\frac{7}{V} = (1 - \frac{7}{V}) + (\frac{7}{V} + (1 - \frac{7}{V})) = 7$$

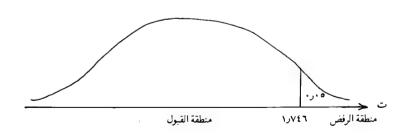
$$\frac{7}{V} = \frac{7}{V} = \frac{7}{V} = 07 \quad \text{Seq} \quad 3^{7} = \frac{7}{V} =$$

$$\frac{7(\sqrt{100} - \sqrt{100})^{7} + 2 \times 100 \times 100}{2 \times 100} = \frac{100}{100} = \frac{1$$

باعتبار أن فرض العدم صحيح فإن:

يتبع توزيع ت بدرجات حرية (١٨١ + ١٨٥ - ٢) -

باستخدام الفرض البديل ( ٢ ﴿ ٢ ﴾ معنى المعنوية ٥٠٠٥ تحدد منطقة الرفض على الذيل الأين من محور توزيع ت كما هومبين على الشكل الآتي:



تحسب قيمة ت المشاهدة من بيانات العينة باعتبار أن فرض العدم صحيح.

بما أن ت المشاهدة تقع في منطقة القبول فعليه نقبل فرض العدم وهذا يعني أنه ليس هناك أي فرق بين متوسط أوزان الطلاب ومتوسط أوزان الطالبات وأن الفرق الذي يظهر من بيانات العينتين يرجع إلى مجرد الصدفة.

. . .



تماريـــن



1 _ أخذت عينة عشوائية مكونة من ١ علب من علب السمنة التي ينتجها أحد المصانع فكانت أوزانها بالكيلو جرام كما يلى:

 1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1 

أ_أوجد فترة ثقة لمتوسط وزن العلبة من إنتاج هذا المصنع بدرجة ثقة ٥٩٪

ب ـ هل يمكن تأييد ادعاء مدير المصنع بأن متوسط وزن العلبة ١٠ كيلو جرام؟

٢ ـ قام خمسة من المساحين بقياس مساحة قطعة أرض فكانت المساحة التي حصل عليها
 كل منهم هي:

۸۲۲۸ - ۲۵ ر۸ - ۲۲ ر۸ - ۲۹ ر۸ - ۲۳ ر۸

استخدم هذه المعلومات في إيجاد فترة ثقة ذات درجة ثقة ٩٨٪ للمساحة الحقيقية لهذه القطعة.

٣— لاختبار تأثير نوع جديد من السماد على محصول القمح في مزرعة غوذجية تم تخصيص ٢٤ قطعة أرض متساوية المساحة والخصوبة والرعاية وتم زراعة القطع جميعها بمحصول القمح مع معالجة نصف القطع بالسماد الجديد وترك النصف الثاني بدون سماد. فإذا كان متوسط وزن المحصول من القطع التي لم تعالج بالسماد الجديد هو ٨ر٤ كجم بانحراف معياري ٣ر٢ كجم بينما كان متوسط وزن المحصول الناتج من القطع المعالجة بالسماد الجديد هو ١ر٥ كجم بانحراف معياري ٨ر١ كجم فهل تستنتج من ذلك أن السماد الجديد يؤدي إلى رفع إنتاج محصول القمح؟

استخدم مستوى المعنوية التالي:

x1= ∝ - 1

ب = ∞ = ٥٪

- ٤ في أربع تجارب لاختبار تأثير نوعين أ، ب من السماد على محصول البطاطس وجد أن الإنتاج قد زاد عند استعمال السماد أ عنه عند استعمال السماد ب بالمقادير الآتية في الفدان: ٤٦٤٥ر٠ صنا.
  - (1) هل ترى أن السماد ب مكافىء للسماد أ؟
  - ( II ) أنشىء فترة ثقة للفرق بين تأثيري هذين النوعين من السماد .
- اخذت عينتان من إنتاج مصنعين من مصانع المصابيح الكهربائية فوجد أن أعمار المصابيح بالساعات في العينتين كما يلى:

العينة الأولى : (١٦٠٠_ ١٦١٠_ ١٦٥٠_ ١٦٨٠ ـ ١٧٢١ ـ ١٧٢١_ ١٨٠٠)

العينة الثانية: (١٥٨٠_ ١٦٤٠ ـ ١٧٠٠).

مع افتراض أن تباين أعمار إنتاج المصنعين متساويان.

أ_ أنشىء فترة ثقة ذات درجة ثقة ٩٩٪ للفرق بين متوسطي أعمار المصابيح في المصنعن.

ب أختبر تساوي متوسطي أعمار المصابيح التي ينتجها المصنعان.

·>00-

## المراجع

## أولا : المراجع العربية :

- ١ _ «طرق التحليل الإحصائي» د. أحمد عباده سرحان _ دار المعارف ١٩٦٥.
- ٢ _ «أسس الإحصاء» د. أحمد عباده سرحان _ د. صلاح الدين طلبه
- ٣ _ «مقدمة الإحصاء التطبيقي» د. أحمد عباده سرحان _ د. سعد الدين الشيال _ د. ثابت عمود الشريف.
  - ٤ «مبادىء الطرق الإحصائية» د. عبدالرحن البدري دار النهضة العربية ١٩٦٤.
    - ه _ «مقدمة الطرق الإحصائية» د. عبداللطيف عبدالفتاح_د. أحمد محمد عمر.
      - 7 _ « الإحصاء التطبيقي » د. محمد فتحي محمد على _ مكتبة عين شمس.
    - ٧ «الإحصاء في اتخاذ القرارات» د. محمد فتحى محمد على مكتبة عين شمس.
  - ٨ (مبادىء في علم الإحصاء) د. مدنى دسوقى مصطفى دار النهضة العربية ١٩٦٥.
    - ٩ (أسس الإحصاء) د. مصطفى أحمد على ١٩٧٣.



- 1 A. H. Pollard " Introductory Statistics A Sérvice Course."
  Perganon Press (Australia) Pty Limited.
- 2 Fredrick E. Croxton, Dudley J. Cowden and Sidney Kelein, "Applied General Statistics" Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi.
- 3 Neil R. Vllman, "Elementary Stätistics-An Applied Approach". John Wiley & Sons.
- 4 Ronald E. Walpole, "Elementary Statistical Concepts

  Macmillan Publising Co., Inc. New York Collier

  Macmillan Publishers London.

## فهرست

صفحة	الموضوع ال
۱۳	الباب الأول: مبادىء الاحتمالات
٤١	الباب الثاني: التوزيعات الاحتمالية
	الباب الثالث: بعض التوزيعات الاحتمالية
1.4	الباب الرابع: العيناتالباب الرابع: العينات
119	الباب الخامس: توزيعات المعاينة (العينات الكبيرة)
181	الباب السادس: تقدير معالم المجتمع بفترات الثقة (العينات الكبيرة)
109	<b>الباب السابع:</b> اختبار الفروض الإحصائية
100	الباب الثامن : تحليا نتائج العينات الصغيرة





## إصدارات: تهامةالنشر والمكتبات

## سلسلة :

## صدرمنفها:

 الجبل الذي صارسهلا (نفد) • من ذكريات مسافر

• عهد الصبا في البادية (قصة مترجة)

• التنمية قضية (نفد)

• قراءة جديدة لسياسة محمد على باشا (نفد)

• الظمأ (مجموعة قصصية)

• الدوامة (قصة طويلة)

• غداً أنسى (قصة طويلة) (نفد)

• موضوعات اقتصادية معاصرة

• أزمة الطاقة إلى أين؟

• نحوتربية إسلامية

• إلى ابنتي شيرين

• رفات عقل

• شرح قصيدة البردة

عواطف إنسانية (ديوان شعر) (نفد)

• تاريخ عمارة المسجد الحرام (نفد)

• خالتي كدرجان (مجموعة قصصية) (نفد)

أفكار بلا زمن

• كتاب في علم إدارة الأفراد (الطبعة الثانية)

> • الإبحار في ليل الشجن (ديوان شعر)

• طه حسن والشيخان

• التنمية وجها لوجه

• الحضارة تحد (نفد)

• عبير الذكريات (ديوان شعر)

• لحظة ضعف . (قصة طويلة)

• الرجولة عماد الخلق الفاضل

• ثمرات قلم

بائع التبغ (مجموعة قصصية مترجة)

• أعلام الحجازف القرن الرابع عشر للهجرة (تراجم)

• النجم الفريد (مجموعة قصصية مترجمة)

• مكانك تحمدي

• قال وقلت

● نبض

• نبت الأرض

• السعد وعد (مسرحية)

الكنابالمربي السمودي

الأستاذ أحمد قنديل الأستاذ محمد عمر توفيق الأستاذ عزيزضياء الدكتور محمود محمد سفر الدكتور سليمان بن محمد الغنام الأستاذ عبدالله عبدالرحمن جفري الدكتور عصام خوقير الدكتورة أمل محمد شطا

الدكتور على بن طلال الجهني الدكتور عبدالعز يزحسين الصويغ الأستاذ أحد محمد حمال الأستاذ حمزة شحاتة

> الأستاذ حمزة شحاتة الدكتور محمود حسن زيني

الدكتورة مريم البغدادي الشيخ حسين عبدالله باسلامة

الدكتور عبدالله حسن باسلامة الأستاذ أحمد السباعي

الأستاذ عبدالله الحصن

الأستاذ عبدالوهاب عبدالواسع الأستاذ محمد الفهد العيسي

الأستاذ محمد عمر توفيق الدكتور غازي عبدالرحمن القصيبي

الدكتور محمود محمد سفر

الأستاذ طاهر زمخشري الأستاذ فؤاد صادق مفتى

الأستاذ حمزة شحاتة

الأستاذ محمد حسين زيدان الأستاذ حمزة بوقري

الأستاذ محمد على مغربي الأستاذ عز يزضياء

الأستاذ أحد محمد جمال

الأستاذ أحمد السباعي

الأستاذ عبدالله عبدالرحن جفري الدكتورة فاتنة أمنن شاكر

الدكتور عصام خوقير

الأستاذ عز يز ضياء الدكتور غازي عبدالرحمن القصيبي الأستاذ أحمد قنديل الأستاذ أحمد السباعي الدكتور ابراهيم عباس نتو الأستاذ سعد البواردي الأستاذ عبدالله يوقس الأستاذ أحمد قنديل الأستاذ أمن مدنى الأستاذ عبدالله بن خميس الشيخ حسن عبدالله باسلامة الأستاذ حسن بن عبدالله آل الشيخ الدكتور عصام خوقير الأستاذ عبدالله عبدالوهاب العباسي الأستاذ عز يزضياء الشيخ عبدالله عبدالغني خياط الدكتور غازى عبدالرحمن القصيبي الأستاذ أحمد عبدالغفور عطار الأستاذ محمد على مغربي الأستاذ عبدالعز يز الرفاعي الأستاذ حسن عبدالله سراج الأستاذ محمد حسن زيدان الأستاذ حامد حسن مطاوع الأستاذ محمود عارف الدكتور فؤاد عبدالسلام الفارسي الأستاذ بدر أحمد كريم الدكتور محمود محمد سفر الشيخ سعيد عبدالعز يز الجندول الأستاذ طاهر زمخشري الأستاذ حسين عبدالله سراج الأستاذ عمر عبدالجبار الشيخ أبوتراب الظاهري الشيخ أبوتراب الظاهري الأستاذ عبدالله عبدالوهاب العباسي الأستاذ عبدالله عبدالرحمن جفري الدكتور زهير أحمد السباعي الأستاذ أحمد السباعي الشيخ حسن عبدالله باسلامة

(الطبعة الثانية) (الطبعة الثانية) الأستاذ عبدالعز يز مؤمنة (الطبعة الثانية) الأستاذ حسن عبدالله سراج الأستاذ محمد سعيد العامودي (الطبعة الثانية) الأستاذ أحمد السباعي

 قصص من سومرست موم (جموعة قصصية مترجة) • عن هذا وذاك (الطبعة الثانية) • الأصداف (ديوان شعر) • الأمثال الشعبية في مدن الحجاز (نفد) • أفكار تربوية • فلسفة المجانين • خدعتني بحبها (مجموعة قصصية) نقر العصافر (ديوان شعر) التاريخ العربي وبدايته (الطبعة الثالثة) • المجاز بن اليمامة والحجاز (الطبعة الثانية) • تاريخ الكعبة المعظمة (الطبعة الثانية) • خواطر جريئة • السنيورة (قصة طويلة) • رسائل إلى ابن بطوطة (ديوان شعر) • جسور إلى القمة (تراجم) • تأملات في دروب الحق والباطل • الحمى (ديوان شعر) • قضايا ومشكلات لغوية • ملامح الحياة الاجتماعية في الحجاز في القرن الرابع عشر للهجرة • زید الخبر • الشوق إليك (مسرحية شعرية) • كلمة ونصف • شيء من الحصاد • أصداء قلم • قضايا سياسية معاصرة • نشأة وتطور الإذاعة في المجتمع السعودي • الإعلام موقف • الجنس الناعم في ظل الإسلام • ألحان مغترب (ديوان شعر) غرام ولآدة (مسرحية شعرية) سير وتراجم (الطبعة الثالثة) • الموزون والمخزون • لجام الأقلام • نقاد من الغرب • حوار . . في الحزن الدافيء • صحة الأسرة • سباعيات (الجزء الثاني) • خلافة أبى بكر الصديق • البترول والمستقبل العربي • إليها .. (ديوان شعر) • من حديث الكتب (ثلاثة أجزاء) • أيامي

• التعليم في المملكة العربية السعودية (الطبعة الثانية) الأستاذ عبدالوهاب عبدالواسع • أحاديث وقضايا إنسانية الدكتور عبدالرحن بن حسن النفيسة • البعث (مجموعة قصصية) الأستاذ محمد على مغربي • شمعة ظمأى (ديوان شعر) الدكتور أسامة عبدالرحن الإسلام في نظر أعلام الغرب (الطبعة الثانية) الشيخ حسين عبدالله باسلامة • حتى لا نفقد الذاكرة الأستاذ سعد البواردي • مدارسنا والتربية (الطبعة الثالثة) الأستاذ عبدالواهاب عبدالواسع • وحبى الصحراء (الطبعة الثانية) ٦ الأستاذ عبدالله بلخير لأستاذ محمد سعيد عبدالمقصود خوجه • طيور الأبابيل (ديوان شعر) (الطبعة الثانية الأستاذ ابراهيم هاشم فلالى • قصص من تاغور (ترجمة) الأستاذ عز يزضياء التنظيم القضائي في المملكة العربية السعودية الأستاذ حسن بن عبدالله آل الشيخ • زوجتي وأنا (قصة طويلة) الدكتور عصام خوقير • معجم اللهجة المحلية في منطقة جازان الأستاذ محمد بن أحمد العقيلي • لن تلحد الشيخ أبوعبدالرحمن بن عقيل الظاهري • عمر بن أبى ربيعة الأستاذ ابراهيم هاشم فلالي • رجالات الحجاز (تراجم) الأستاذ ابراهيم هاشم فلالي • حكاية جيلين الدكتور عبدالله حسين باسلامة • من أوراقي الأستاذ محمد سعيد العامودي • فى رأيبى المتَواضع الدكتور غازى عبدالرحمن القصيبي تحت الطبع: • ماما زبيدة (مجموعة قصصية) الأستاذ عزيز ضياء • ديوان حسين عرب الأستاذ حسين عرب • لا رق في القرآن الأستاذ ابراهيم هاشم فلالي • من مقالات عبدالله عبدالجبار الأستاذ عبدالله عبدالجبار • الإسلام في معترك الفكر الشيخ سعيد عبدالعز يز الجندول • البرق والبريد والهاتف وصلتها بالحب والأشواق والعواطف الأستاذ عبدالرحن المعمر • عام ١٩٨٤ لجورج أورويل (قصة مترجمة) الأستاذ عز يز ضياء • وجيز النقد عند العرب الأستاذ عبدالله عبدالوهاب العباسي • هكذا علمني ورد زورث الشيخ أبوعبدالرحمن بن عقيل الظاهري • الطاقة نظرة شاملة الدكتور عبدالهادي طاهر • العالم إلى أين والعرب إلى أين ؟ الدكتوربهاء بن حسين عزي • محمد سعيد عبدالمقصود خوجه (حياته وآثاره) الدكتور محمد بن سعد بن حسين • التنمية قضية الدكتور محمود محمد سفر (الطبعة الثانية) • قراءة جديدة لسياسة محمد على باشا الدكتور سليمان بن محمد الغنام (الطبعة الثانية) غدأ أنسى (قصة طويلة) (الطبعة الثانية) الدكتورة أمل محمد شطا • تاريخ عمارة المسجد الحرام (الطبعة الثانية) الشيخ حسين عبدالله باسلامة • خالتي كدرجان (مجموعة قصصية) (الطبعة الثانية) الأستاذ أحمد السباعي • الحضارة تحد (الطبعة الثانية) الدكتور محمود محمد سفر • الجبل الذي صارسهلا الأستاذ أحمد قنديل (الطبعة الثانية)

## سلسلة :

## الكئاب الجامعي

## صدرينها:

- الإدارة: دراسة تحليلية للوظائف والقرارات الإدارية
- الجراحة المتقدمة في سرطان الرأس والعنق (باللغة الإنجليزية)
  - النمو من الطفولة إلى المراهقة
  - الحضارة الإسلامية في صقلية وجنوب إبطاليا
    - النفط العربي وصناعة تكريره
    - الملامح الجغرافية لدروب الحجيج
    - علاقة الآباء بالأبناء (دراسة فقهية)
      - مباديء القانون لرجال الأعمال
  - الاتجاهات العددية والنوعية للدوريات السعودية
    - قراءات في مشكلات الطفولة
    - شعراء التروبادور (ترجمة)
    - الفكر التربوي في رعاية الموهوبين
      - النظرية النسبية
  - أمراض الأذن والأنف والحنجرة (باللغة الإنجليزية)
    - المدخل في دراسة الأدب
    - الرعاية التربوية للمكفوفين
    - أضواء على نظام الأسرة في الإسلام
      - الوحدات النقدية المملوكية
         الأدب المقارن
         (دراسة في المسلم
- الأدب المقارن (دراسة في العلاقة بين الأدب العربي والآداب الأوروبية)
  - هندسة النظام الكوني في القرآن الكريم
  - التجربة الأكاديمية لجامعة البترول والمعادن
    - مبادىء الطرق الإحصائية

## تمت الطبع

- المنظمات الاقتصادية الدولية
  - الاقتصاد الاداري
    - التعلم الصفي
  - الاقتصاد الصناعي
    - مبادىء الأحصاء
  - دراسات في الإعراب

الدكتور مدنى عبدالقادر علاقي الدكتور فؤاد زهران الدكتور عدنان جمجوم الدكتور محمد عيد الدكتور محمد جميل منصور الدكتور فاروق سيد عبدالسلام الدكتور عبدالمنعم رسلان الدكتور أحد رمضان شقلية الأستاذ سيد عبدالجيد بكر الدكتورة سعاد ابراهيم صالح الدكتور محمد ابراهيم أبوالعينين الأستاذ هاشم عبده هاشم الدكتور محمد جميل منصور الدكتورة مريم البغدادي الدكتور لطني بركات أحمد ر الدكتور عبدالرحمن فكري لا الدكتور محمد عبدالهادي كامل الدكتور أمين عبدالله سراج ل الدكتور سراج مصطفى زقزوق الدكتورة مريم البغدادي الدكتور لطني بركات أحمد الدكتورة سعاد ابراهيم صالح الدكتور سامح عبدالرحمن فهمي

الدكتور خضير سعود الخضير الدكتور جلال الصياد { الدكتور عبدالحميد محمد ربيع

الدكتور عبدالوهاب على الحكمي

الدكتور عبدالعليم عبدالرحمن خضر

الدكتور حسين عمر
الدكتور فرج عزت
الدكتور عمد زياد حدان
الدكتور سليم كامل درويش
الدكتور جلال الصياد
الأستاذ عادل سمرة
الدكتور عبدالهادي الفضلي

### سلسلة .

## رسا ناے جا محیت

#### صدرمنها

- صناعة النقل البحري والتنمية
- في المملكة العربية السعودية (باللغة الإنجليزية)
- الخراسانيون ودورهم السياسي في العصر العباسي الأول
  - الملك عبدالعزيز ومؤتمر الكويت
  - العثمانيون والإمام القاسم بن على في اليمن
    - القصة في أدب الجاحظ
    - تاريخ عمارة الحرم المكي الشريف
      - النظرية التربوية الإسلامية
  - نظام الحسبة في العراق.. حتى عصر المأمون
- المقصد العلى في زوائد أبي يعلى الموصلي (تحقيق ودراسة)
  - الجانب التطبيقي في التربية الإسلامية
  - الدولة العثمانية وغربي الجزيرة العربية
- دراسة ناقدة لأساليب التربية المعاصرة في ضوء الإسلام
- الحياة الاجتماعية والاقتصادية في المدينة المنورة في صدر الإسلام
  - دراسة اثنوغرافية لمنطقة الاحساء (باللغة الانجليزية)
    - عادات وتقاليد الزواج بالمنطقة الغربية
  - من المملكة العربية السعودية (دراسة ميدانية انثرو بولوجية حديثة)
  - افتراءات فيليب حتي وكارل بروكلمان على التاريخ الإسلامي
  - دور المياه الجوفية في مشروعات الري والصرف بمنطقة الإحساء بالمملكة العربية السعودية (باللغة الإنجليزية)
    - تقويم النمو الجسماني والنشوء

الأستاذة موضي بنت منصور بن عبدالعزيز آل سعود الأستاذة أميرة على المداح الأستاذة فوزية حسين مطر الأستاذة أمال حزة المرزوقي الأستاذة أمال حزة المرزوقي الأستاذة ليلى عبدالرشيد عطار الأستاذة ليلى عبدالرشيد عطار الأستاذة نبيل عبدالحي رضوان الأستاذة نتحية عمر حلواني الأستاذة نورة بنت عبدالملك آل الشيخ الاستاذة نورة بنت عبدالملك آل الشيخ الاكتور فايز عبدالحميد طيب

الدكتوربهاء حسين عزى

الأستاذة ثر يا حافظ عرفة

الأستاذ أحمد عبدالاله عبدالجبار الأستاذ عبدالكريم علي باز

> الدكتور فايز عبدالحميد طيب الدكتورة ظلال محمود رضا

## تحد الطبع:

- الطلب على الإسكان من حيث الاستهلاك والاستثمار
- العقوبات التفويضية وأهدافها في ضوء الكتاب والسنة
- العقوبات المقدرة وحكمة تشريعها في ضوء الكتاب والسنة
- تطور الكتابات والنقوش في الحجاز منذ فجر الإسلام وحتى منتصف القرن الثالث عشر
  - التصنيع والتحضر في مدينة جدة

الدكتور فاروق صالح الخطيب الدكتور مطيع الله دخيل الله اللهيبي الدكتور مطيع الله دخيل الله اللهيبي

> الأستاذ محمد فهد عبدالله الفعر الدكتورة عواطف فيصل بياري



#### صدرينها:

الأستاد صالح ابراهيم الدكتور محمود الشهابي

الأستاذة نوال عبدالمنعم قاضي

إعداد إدارة النشر بتهامة

الدكتور حسن يوسف نصيف

الشيخ أحد بن عبدالله القاري الدكتور عبدالوهاب إبراهيم أبوسليمان

ل الدكتور محمد إبراهيم أحمد على الأستاذ إبراهيم سرسيق

الدكتور عبدالله محمد الزيد

الدكتور زهير أحمد السباعي

الأستاذ محمد منصور الشقحاء الأستاذ السيد عبدالرؤوف

الدكتور محمد أمن ساعاتي

الأستاذ أحمد محمد طاشكندي

الدكتور عاطف فخرى الأستاذ شكيب الأموى

الأستاذ محمد على الشيخ

الأستاذ فؤاد عنقاوي

الأستاذ محمد على قدس

الدكتور اسماعيل الهلباوي

الدكتور عبدالوهاب عبدالرحن مظهر

الأستاذ صلاح البكري

الأستاذ على عبده بركات

الدكتور محمد محمد خليل

الأستاذ صالح ابراهيم

الأستاذ طاهر زمخشري

الأستاذ على الخرجي

الأستاذ محمد بن أحمد العقيلي

الدكتور صدقة يحيى مستعجل

الأستاذ فؤاد شاكر

الأستاذ أحمد شريف الرفاعي

الأستاذ جواد صيداوي

الدكتور حسن محمد باجودة

• حارس الفندق القديم (مجموعة قصصية)

• دراسة نقدية لفكر زكى مبارك (باللغة الانجليزية)

• التخلف الإملائي

• ملخص خطة التنمية الثالثة للمملكة العربية السعودية

• ملخص خطة التنمية الثالثة للمملكة العربية السعودي (باللغة الانجليزية) إعداد إدارة النشربهامة

(الطبعة الثانية) تسالى (من الشعر الشعبي)

• كتاب مجلة الأحكام الشرعية على مذهب الإمام

أحمد بن حنبل الشيباني

(دراسة وتحقيق)

(الطبعة الثانية)

• النفس الإنسانية في القرآن الكريم

• واقع التعلم في المملكة العربية السعودية (باللغة الإنجليزية) (الطبعة الثانية)

صحة العائلة في بلد غربي متطور (باللغة الإنجليزية)

• مساء يوم في آذار (محموعة قصصية)

النبش في جرح قديم (مجموعة قصصية)

• الرياضة عند العرب في الجاهلية وصدر الإسلام

• الاستراتيجية النفطية ودول الأوبك

• الدليل الأبجدي في شرح نظام العمل السعودي

• رعب على ضفاف بحيرة جنيف

العقل لا يكفى (مجموعة قصصية)

• أيام مبعثرة (مجموعة قصصية)

• مواسم الشمس القبلة (مجموعة قصصية)

• ماذا تعرف عن الأمراض ؟

• جهاز الكلية الصناعية

• القرآن وبناء الإنسان

• اعترافات أدبائنا في سيرهم الذاتية

• الطب النفسي معناه وأبعاده

• الزمن الذي مضى (بمموعة قصصية) • مجموعة الخضراء (دواوين شعر)

• خطوط وكلمات (رسوم كار يكاتورية)

• ديوان السلطانين

• الامكانات النووية للعرب وإسرائيل

• رحلة الربيع

• وللخوف عيون (محموعة قصصية)

(مجموعة قصصية) • البحث عن بداية

• الوحدة الموضوعية في سورة يوسف

الأستاذة مني غزال الأستاذ مصطفى أمن الأستاذ عبدالله حمد الحقيل الأستاذ محمد المحذوب الدكتور محمود الحاج قاسم الأستاذ أحمد شريف الرفاعي الأستاذ يوسف ابراهيم السلوم الأستاذ على حافظ • الجنونة اسمها زهرة عباد الشمس (ديوان شعر) من فكرة لفكرة (الجزء الأول) • رحلات وذكريات

• ذكريات لا تنسى

• تاريخ طب الأطفال عند العرب

• مشكلات بنات

دراسة في نظام التخطيط (في المملكة العربية السعودية)

• نفحات من طبية (ديوان شعر)

• الأسر القرشية .. أعيان مكة الحمية

الماء ومسيرة التنمية (في الملكة العربية السعودية)

## تهت الطبع:

• إليكم شباب الأمة

• سرايا الإسلام

• قراءات في التربية وعلم النفس

• الحجاز واليمن في العصر الأيوبي

• ملامح وأفكار

• المذاهب الأدبية في شعر الجنوب • النظرية الخلقية عند ابن تيمية

• الكشاف الجامع لمجلة المنهل

• ديوان حمام

• رحلة الأندلس

• فجر الأندلس

• قريش والاسلام

• الدفاع عن الثقافة

الشعر المعاصر على ضوء النقد الحديث

• مشكلات لغوية

• دليل مكة السياحي

• من فكرة لفكرة (الجزء الثاني) • مسائل شخصية

• في بيتك طبيب

مجموعة فاروق جو يدة (دواو ين شعر)

• السبئيون وسد مأرب

• البسمات

• من كوبنهاجن إلى صنعاء (ترجمة)

البناء الفنى للقصيدة العربية

 نسيب الشريف الرضى: الحجازيات وقصائد أخر • الزكاة في الميزان

الأستاذ أبو هشام عبدالله عباس بن صديق الأستاذ مصطفى نورى عثمان

> الشيخ سعيد عبدالعزيز الجندول الشيخ أبوتزاب الظاهري ل الأستاذ فخري حسين عزّي

> الدكتور لطفى بركات أحمد الدكتور جميل حرب محمود حسين الأستاذ أحمد شريف الرفاعي

الدكتور على على مصطفى صبح الدكتور محمد عبدالله عفيفي

الأستاذ عبدالله سالم القحطاني

الأستاذ محمد مصطفى حمام الدكتور حسن مؤنس الدكتور حسن مؤنس

الدكتور حسين مؤنس الدكتور عبدالعز يزشرف

الأستاذ على مصطفى عبداللطيف السحرتي الدكتورشوقي النجار

> اعداد تهامة للنشر والمكتبات الأستاذ مصطفى أمين

الأستاذ مصطفى أمين

الدكتور محمد عبدالله القصيمي الأستاذ فاروق جو يده

الأستاذ محمود جلال

الدكتور حسن نصيف الأستاذ محمد أحمد الرعدي

الدكتور عبدالمنعم خفاجي الدكتورة عاتكه الخزرجي

٦ الدكتور محمد السعيد وهبة

لأستاذ عبدالعز يزمحمد رشيد جمجوم الأستاذ طاهر زمخشري

• مجموعة النيل (دواو ين شعر)

# كتار اللطفال

## صدر منها:

ينقلها إلى العربية الأستاذ عزيزضياء

- الكؤوس الفضية الاثنتا عشر
  - سرحانة وعلبة الكبريت
- الجنيات تخرج من علب الهدايا
  - السيارة السحرية
- كيف يستخدم الملح في صيد الطيور
  - سوسن وظلها
  - الهدية التي قدمها سمير
- أبوالحسن الصغير الذي كان جائعا
  - الأم ياسمينة واللص

مجموعة: حكايات للأطفال

- سعاد لا تعرف الساعة
- الحصان الذي فقد ذيله
  - تورتة الفراولة
  - ضيوف نار الزينة
- والضفدع العجوز والعنكبوت

#### تحت الطبع

- الأرنب الطائر
- معظم النار من مستصغر الشرر
  - لبنى والفراشة
  - ساطور حمدان
  - وأدوا الأمانات إلى أهلها

للأستاذ يعقوب محمد اسحاق

مجموعة: لكل حيوان قصة

• الحمار الأهلي • السلحفاة • الأسد • الكلب • الوعل • القرد • الغزال • الفرس • الحمار الوحشى • الجاموس • الدجاج • الجمل • البغل • الفراشة • الضب • الغراب • الأرنب •الذئب •الفأر الحمامة • البيغاء • البط • الخروف • الثعلب • التمساح • فرس النهر . النعام • الخفاش • الهدهد • الكنغر • البجع • البوم •الضفدع •الدب • الخرتيت

إعداد : الأستاذ يعقوب محمد اسحاق

- أسد غررت به أرنب
- المكاء التي خدعت السمكات

• سمكة ضيعها الكسل

• قاض يحرق شجرة كادبة

مجموعة: حكايات كليلة ودمنة

- عندما أصبح القرد نجارا
  - الغراب يهزم الثعبان

تحت الطبع

- لقد صدق الجمل
- الكلمة التي قتلت صاحبتها

#### مجموعة: التربية الإسلامية

• الشهادتان • صلاة المسبوق • أركان الإسلام

• صلاة الجمعة

• الصلة • الاستخارة

• الله أكبر • قد قامت الصلاة

• صلاة الكسوف والخسوف • التيمم

• صلاة الجنازة

• الصــوم

• الوضيوء

• زكاة النقدين

الأستاذ عمار بلغيث

الأستاذ عمار بلغيث

الأستاذ عمار بلغيث

الأستاذ عمار بلغيث

الأستاذ اسماعيل دياب

الأستاذ اسماعيل دياب

• سجود التلاوة • الزكاة

• الصدفات • المسح على الخفين

• زكاة بهيمة الأنعام

المسح على الجبيرة والعصابة • زكاة الفطر • زكاة العروض

#### قصص متنوعة:

• الصرصور والنملة

• السمكات الثلاث

• النخلة الطبية

• الكتكوت المتشرد

• المظهر الخادع

• بطوط وكتكت

# کہا 🏝 الناشئي

#### صدرمنها،

مجموعة:وطني الحبيب

• جدة القدعة

• جدة الحدشة

مجموعة حكايات ألف لبلة ولبلة

• السندباد والبحر

الأستاذ يعقوب محمد اسحق الأستاذ يعقوب محمد اسحق

الأستاذ يعقوب محمد اسحق

- الديك المغرور والفلاح وهماره
  - الطاقية العجيبة
  - الزهرة والفراشة
  - سلمان وسليمان
    - زهور البابونج
- سنبلة القمح وشجرة الزيتون
  - نظيمة وغسمة
  - جزيرة السعادة
  - الحديقة المهجورة
    - اليد السفلي

إعداد

الأستاذة فريدة محمد على فارسي الأستاذة فريدة محمد على فارسي الأستاذة فريدة محمد على فارسى الأستاذة فريدة محمد على فارسى الأستاذة فريدة محمد على فارسي الأستاذة فريدة محمد على فارسى الأستاذة فريدة محمد على فارسي الأستاذة فريدة محمد على فارسي الأستاذة فريدة محمد على فارسي

الدكتور محمد عبده يماني لاستاذ يعقوب محمد اسحق

الدكتور عبدالفتاح اسماعيل شلبي الدكتور سعد اسماعيل شلبي

• عقبة بن نافع

#### Books Published in English by Tihama

Surgery of Advanced Cancer of Head and Neck.

By: F.M. Zahran A.M.R. Jamjoom M.D.EED

- Zaki Mubarak: A Critical Study.
   By Dr. Mahmud Al Shihabi
- Summary of Saudi Arabian
   Third Five Year Development Plan
- Education in Saudi Arabia, A Model with Difference Second Edition By Dr. Abdulla Mohamed A Zaid
- The Health of the Family in A Changing Arabia By Dr. Zohair A. Sebai
- Diseases of Ear, Nose and Throat

By: Dr. Amin A. Siraj Dr. Siraj A. Zakzouk

- Shipping and Development in Saudi Arabia
   By: Dr. Baha Bin Hussein Azzee
- Tihama Economic Directory.
- Riyadh Citiguide.
- Banking and Investment in Saudi Arabia.
- A Guide to Hotels in Saudi Arabia.
- Who,s Who in Saudi Arabia.
- An Ethnographic Study of Al-Hasa Region of Eastern Saudi Arabia
   By: Dr. Faiz Abdelhameed Taib
- The Role Of Groundwater In The Irrigation And Drainage Of

The Al Hasa Of Eastern Saudi Arabia

By: Dr. Faiz Abdelhameed Taib